บทที่ 4
แผนภูมิควบคุมคุณภาพอื่น ๆ

ที่ข้อมูลมี เปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ย หรือกรณีข้อมูลเกิดแนวโน้ม เล็กน้อย 3.17 ถ้าแปลผลจากแผนภูมิควบคุมคุณภาพของชิววาร์ทจะสรุปได้ว่า ข้อมูลทุกตัวอยู่ภายใต้ขอบเขตควบคุมเชิงสถิติ 99.73% แต่ในความเป็นจริงข้อมูลอาจจะมีการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยหรือการเปลี่ยนแปลงของการกระจาย ชิววาร์ทไม่สามารถดักจับความผิดปกติดังกล่าวได้ ถึงแม้ในบทที่ 3 ได้ เกิดขึ้นไว้บ้างแล้วก็ตาม ดังกล่าวเป็นเพียงข้อสังเกตว่ากระบวนการอาจจะเกิดความผิดปกติเท่านั้นแต่ไม่มีหลักฐานยืนยันชัดเจน ให้เข้าใจข้ พลาดจากความเป็นจริงได้ บางท่านได้พัฒนาแผน เพื่อให้เหมาะสมกับข้อมูลบางลักษณะเช่น ข้อมูลที่มีแนวโน้ม(Trend) ข้อมูลมีการขึ้นๆลงๆ หรือเป็นคาบ (Period) แผนภูมิดังกล่าวได้แก่ แผนภูมิควบคุมเคลื่อนที่เฉลี่ยและพิสัยเคลื่อนที่ (Control Chart for Moving Average and Moving Range) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วง ซ์โปเนนเชียล(Exponentially Weighted Moving Average Control Chart) (The Cumulative Sum Control Chart) เป็นต้น แต่ละแผนภูมิ ะสร้าง ของข้อมูล แต่ละแผนภูมิจะมีทั้งจุดเด่นและจุดด้อยในตัวเอง เลือกใช้แผน ต้องศึกษา ที่จะนำไปใช้ให้เข้าใจอย่างชัดเจนก่อน สำหรับบทนี้จะกล่าวถึง 3 ได้แก่

4.1) (Control Chart for Moving Average and Moving Range)

4.2) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเอกซ์โปเนนเชียล (Exponentially Weighted Moving Average Control Chart)

4.3) (The Cumulative Sum Control Chart)

4.1) แผนภูมิควบคุมคุณภาพเคลื่อนที่เฉลี่ย (Control Chart for Moving Average)

(Control Chart for Moving Average) ใช้สำหรับข้อมูลที่เก็บรวบรวมเป็นค่าวัดแบบเชิงเดียว ลักษณะของข้อมูลที่จะนำมาใช้ในการสร้าง แบบต่อเนื่อง บข้อมูลเป็นช่วงเวลาที่ห่างเท่าๆ เก็บข้อมูลโดดๆต่อเนื่องกันตลอดก็ได้ ลักษณะข้อมูล ข้อมูลที่ใช้กับแผนภูมิควบคุมค่าวัด (X-Chart) ใช้ได้ดีเมื่อข้อมูลมี ขึ้นที่ไม่แน่นอน ข้อมูลที่อยู่ในลักษณะดังกล่าวส่วนมากจะเกิด ต่อเนื่อง ต้องปรับข้อมูลให้เรียบก่อน แล้วจึงนำข้อมูลที่ปรับให้เรียบนี้ไปสร้างแผนภูมิควบคุม มีวิธีการสร้างขอบเขตการควบคุมบนและล่าง เช่นเดียวกับการสร้างแผนภูมิควบคุม ค่าเฉลี่ยในหัวข้อ 3.6.1) จำนวนข้อมูล (m) จะขึ้นอยู่กับลักษณะข้อมูล เช่นข้อมูลโดยส่วนมากมีลักษณะขึ้นๆ 3 ก็จะกำหนดค่า m = 3 เป็นต้น m อาจจะมีค่าตั้งแต่ 2 (m = 2,3,4,5,...) ส่วน วบคุมการกระจายก็จะอาศัยแผนภูมิพิสัยเคลื่อนที่เช่นเดียวกับแผนภูมิควบคุมค่าวัดเชิงเดี่ ตัวอย่างที่ 4.1

4.1 แสดงวิธีคำนวณค่าเคลื่อนที่เฉลี่ยเคลื่อนที่ เมื่อ m=2 m=3

ค่าข้อมูล (X_i)	ค่าเฉลี่ย$(\bar{X})$ (m=2)	ค่าเฉลี่ย$(\bar{X})$ (m=3)
X_1	-	-
X_2	$(X_1 + X_2)/2$	-
X_3	$(X_2 + X_3)/2$	$(X_1 + X_2 + X_3)/3$
X_4	$(X_3 + X_4)/2$	$(X_2 + X_3 + X_4)/3$
.		$(X_3 + X_4 + X_5)/3$
X_{N-2}	.	.
X_{N-1}	$(X_{N-2} + X_{N-1})/2$	$(X_{N-3} + X_{N-2} + X_{N-1})/3$
X_N	$(X_{N-1} + X_N)/2$	$(X_{N-2} + X_{N-1} + X_N)/3$

ตัวอย่างที่ 4.1 (Liquid Paper)ยี่ห้อ ต้องการควบคุมคุณภาพของสินค้า อยู่ในน้ำยาลบคำผิดในแต่ละขวดที่ผลิตเป็นตัวแปรหนึ่งที่จะส่งผลให้สินค้าชนิดนี้มีคุณภาพหรือไม่ ทางฝ่ายควบคุมการผลิต สุ่มสินค้ามาตรวจสอบ สำหรับ

วิธีการสุ่มนั้นจะสุ่มตรวจสอบ [illegible] 15 [illegible] (สุ่ม 1 [illegible] ใช้ระยะเวลาห่าง 15 [illegible]) ได้ข้อมูล [illegible] 4.2

[illegible] 4.2 [illegible] ([illegible] 25 [illegible]) ที่วัดได้ในน้ำยาลบคำผิดแต่ละขว[illegible] สุ่มทั้งหมดเป็นจำนวน 46 [illegible]

[illegible] (No.)	[illegible] (X)	[illegible] (No.)	[illegible] (X)	[illegible] (No.)	[illegible] (X)
1	12.00	17	15.60	32	15.70
2	12.00	18	12.40	33	15.10
3	13.10	19	13.60	34	15.20
4	12.00	20	15.23	35	15.30
5	13.50	21	13.10	36	15.23
6	14.00	22	15.60	37	15.43
7	15.00	23	16.00	38	15.76
8	13.00	24	12.00	39	14.50
9	14.80	25	13.60	40	15.40
10	15.12	26	14.67	41	16.00
11	13.11	27	13.37	42	13.21
12	14.25	28	14.22	43	14.32
13	14.87	29	14.76	44	15.00
14	13.55	30	14.20	45	12.90
15	14.19	31	14.90	46	15.20
16	14.80				

จากข้อมูลในตารางต้องการนำข้อมูลดังกล่าวมาสร้างแผนภูมิ [illegible] ค่า [illegible] 3 แล้วพิจารณาค่าของข้อมูลที่พล็อตในแต่ละแผนภูมิพร้อมอธิบาย [illegible] 3.2 [illegible] 3.6

$$UCL_X = \bar{X} + 3\frac{\overline{MR}}{d_2}$$
$$CL_X = \bar{X}$$
$$LCL_X = \bar{X} - 3\frac{\overline{MR}}{d_2} \quad \text{..................(4.1)}$$

$$UCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}}_m + A_2\bar{R}$$
$$CL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}}_m$$
$$LCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{X}}_m - A_2\bar{R} \quad \text{..................(4.2)}$$

จากข้อมูลในตารางที่ 4.2 สามารถนำมาหาค่าเฉลี่ยและค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ได้ดังตารางข้างล่างนี้

[illegible] (No.)	[illegible] (X)	ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ทีละ 3 ($\overline{x}_i$)	[illegible] (R_i)	[illegible] (MR_i;m=3)
1	12.00	*		*
2	12.00	12.3667	1.10	*
3	13.10	12.3667	1.10	13.1-12.0 = 1.10
4	12.00	12.8667	1.50	12.00-12.00 = 0.00
5	13.50	13.1667	2.00	13.50-13.10=0.40
6	14.00	14.1667	1.50	14.00-12.00=2.00
7	15.00	14	2.00	15.00-13.50=1.50
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
43	14.32	14.0733	1.79	14.32-16.00 = -1.68
44	15.00	14.3667	2.10	15.00-13.21= 1.79
45	12.90	14.5667	0.20	12.90-14.32=-1.42
46	15.20	*		15.20-15.00=0.20
	$\overline{X} = 14.2780$	$\overline{\overline{X}}_m = 14.303$	$\overline{R} = 1.772$	$\overline{MR} = 1.738$

[illegible] $\overline{MR} = 1.738$ $\overline{R} = 1.772$ และเปิดตารางที่ภาคผนวก m = n =3 d_2 =1.693 A_2 = 1.023

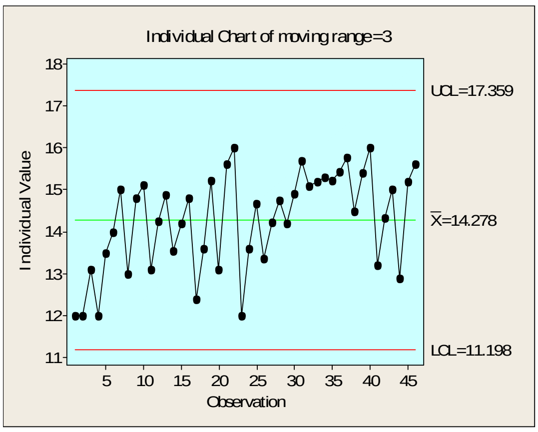
แทนค่าในสูตรจะได้แผนภูมิควบคุมค่า[illegible] [illegible] 3

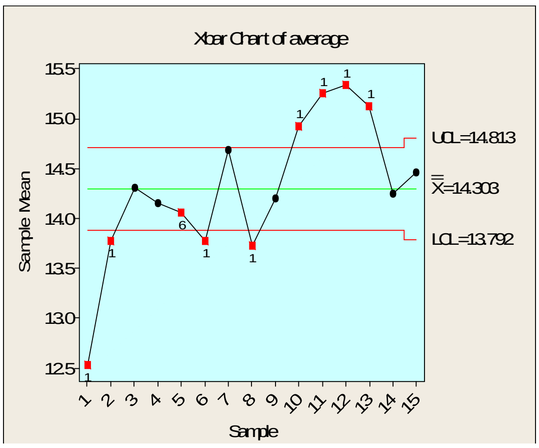
$$UCL_X = 14.278 + 3\frac{1.738}{1.693} = 17.359 \qquad UCL_{\overline{X}} = 14.303 + 1.023(1.772) = 14.813$$

$$CL_X = 14.278 \qquad CL_{\overline{X}} = 14.303$$

$$LCL_X = 14.278 - 3\frac{1.738}{1.693} = 11.198 \qquad LCL_{\overline{X}} = 14.303 - 1.023(1.772) = 13.792$$

นำข้อมูลมาพล็อตกราฟได้ดังรูปที่ 4.1a) [illegible] 4.1b)





[illegible] 4.1a) [illegible]-ล่างของแผนภูมิค่า[illegible] [illegible] 4.1b) [illegible]-ล่างของแผนภูมิ[illegible] 3

□□□□□□□4.1a) แผนภูมิควบคุมคุณภาพเชิงเดี่ยว พบว่าไม่มีข้อมูลใดตกอยู่นอ□ ขอบเขตการควบคุมเลย แต่เมื่อพิจารณาจากรูปที่ 4.1b) □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ 3 □□□□ พบว่ามีข้อมูลตกนอกขอบเขตการควบคุมได้แก่หมายเลขที่ 1, 2, 6, 8, 10, 11, 12 □□□ 13 นั่นแสดงว่าในการตัดสินใจที่จะใช้แผนภูมิควบคุมให้เหมาะสมกับข้อมูลชุดใดชุดหนึ่งนั้นจะต้□□□□□□□□□□□□□□□ และคุณสมบัติของข้อมูลเป็นสำคัญ

4.2) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเอกซ์โปเนนเชียล

ภายใต้แผนภูมิควบคุมชิววาร์ท (Shewhart Control Chart)□□□ มีเงื่อนไขเบื้องต้น (Assumption) □□ □□□□□□□ค่าความแปรปรวนคงที่ ค่าคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติและเป็น□□□□□□□ ถ้าในความเป็นจริงข้อมูลไม่มีคุณสมบัติดังกล่าวแผนภูมิควบคุมชิววาร์ทจะตรวจจับการ□□□□□□□□□ระบวนการผลิตได้ไม่ดีนัก □□อาจจะหลีกเลี่ยงการใช้แผนภูมิควบคุมชิววาร์ท มาเป็นแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเอกซ์โปเนน□□□ (EWMA) แผนภูมินี้เป็นอีกทางเลือกหนึ่งที่ดีกว่าควบคุมชิววาร์ท □□□ข้อมูล□□□□□□□□□□มีค่าแนวโน้มของเวลาที่เป็นเส้นตรงหรือ□□□□□□ □□□□□□ □□ความแปรปรวนไม่คงที่และข้อมูลมีสหสัมพันธ์ในตัวเอง

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเอกซ์โปเนนเชียล (Exponentially Weighted Moving Average :EWMA) □□□ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่เชิงเรขาคณิต (Geometric Moving Average : GMA) สร้างขึ้นโดย Roberts ในปี ค.□.1959 EWMA นี้ใช้อย่างกว้างขวางใน□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□และการพยากรณ์ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ คล้ายคลึงกับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (Moving Average Control Chart) □□□□□□□□□□□□ แผนภูมิค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่นั้นการคำนวณค่า M_t ทำโดยการถ่วงน้ำหนักค่าเฉลี่ยของแต่ละตัวอย่างด้วย $\frac{1}{m}$ สำหรับค่าที่อยู่ในช่วง m แต่ค่าอื่น ๆ ก่อนหน้านั้นถ่วงน้ำหนักด้วยค่าศูนย์ ส่วนแผนภูมิควบคุม EWMA จะถ่วงน้ำหนักค่าเฉลี่ยของตัวอย่างที่ใกล้ที่สุดด้วยค่า λ ถ่วงน้ำหนักค่าถัดไปด้วยค่า $\lambda(1-\lambda)$ ค่าถัดไปด้วย $\lambda(1-\lambda)^2$ ... □□□□□□□

ให้ $Y_t, Y_{t-1}, Y_{t-2}, Y_{t-3}$ .... เป็นข้อมูล□□□□□□□□□□□□□□□ ให้ค่าข้อมูลที่ผ่าน□□ ในอดีตมีน้ำหนักน้อยกว่าข้อมูลในปัจจุบัน ซึ่งค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเอกซ์โปเนนเชียล □□ยามด้วย

$$\hat{Y}_t = \lambda Y_t + (1-\lambda)\hat{Y}_{t-1} \quad ; \ t = 1,2,3....,n \qquad ....(4.3)$$

□□□□□ $\hat{Y}_t$ □□ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเอกซ์โปเนนเชียล ณ เวลา t

Y_t □□ค่าข้อมูลตัวอย่าง ณ เวลา t

n คือ จำนวนข้อมูลทั้งหม

λ ค่าคงที่ $0 < \lambda \le 1$

ค่าเริ่มต้น มีค่าเท่ากับค่าเป้าหมาย $(\hat{Y}_0 = \mu_0)$ EWMA จะใช้ค่าเริ่มต้นเท่ากับค่าเฉลี่ยของข้อมูล $(\hat{Y}_0 = \overline{Y})$ (4.3) ถ้าแ $\hat{Y}_{t-1}$ จะสามารถขยายรูปสมการได้เป็น

$$\hat{Y}_t = \lambda Y_t + (1-\lambda)\ \left[\lambda Y_{t-2} + (1-\lambda)\hat{Y}_{t-2}\right]$$

$$= \lambda Y_t + \lambda(1-\lambda)Y_{t-1} + (1-\lambda)^2\hat{Y}_{t-2}$$

และเมื่อแทนค่า $\hat{Y}_{t-2}$ อีกจะได้

$$\hat{Y}_t = \lambda Y_t + \lambda(1-\lambda)Y_{t-1} + (1-\lambda)^2\left[\lambda Y_{t-2} + (1-\lambda)\hat{Y}_{t-3}\right]$$

$$= \lambda Y_t + \lambda(1-\lambda)Y_{t-1} + \lambda(1-\lambda)^2 Y_{t-2} + (1-\lambda)^3\hat{Y}_{t-3}$$

แทนค่า $\hat{Y}_{t-j}$, $j = 3, 4, \ldots, t$ ต่อเนื่องไปเรื่อย ๆ

สามารถสรุปได้ว่า

$$\hat{Y}_t = \lambda\sum_{j=0}^{t-1}(1-\lambda)^j Y_{t-j} + (1-\lambda)^t\hat{Y}_0 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(4.4)$$

การถ่วงน้ำหนัก $\lambda(1-\lambda)^j$ จะลดลงเชิงเรขาคณิตกับค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง และผลรวมของน้ำหนักจะมีเพียงค่าเดียว เนื่องจาก

$$\lambda\sum_{j=0}^{t-1}(1-\lambda)^j = \lambda\left[\frac{1-(1-\lambda)^t}{1-(1-\lambda)}\right] = 1-(1-\lambda)^t$$ $t \to \infty$ ค่า

ตัวอย่างเช่น ถ้า λ = 0.2 แล้วน้ำหนักของค่าเฉลี่ยของข้อมูลในปัจจุบันเป็น 0.2 น้ำหนักของค่าเฉลี่ยของข้อมูลที่เกิดขึ้นก่อนหน้าจะเป็น 0.16, 0.128, 0.1024, ...

EWMA($\hat{Y}_t$) ารณาที่ค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักของข้อมูลทุกๆตัว อดีตและปัจจุบัน ดังนั้น EWMA($\hat{Y}_t$) จะไม่มีความผันแปรมากนัก ทำให้สันนิษฐานว่ามีการแจกแจง ค่าความแปรปรวนของ $\hat{Y}_t$

$$\sigma^2_{\hat{Y}_t} = \sigma^2\left(\frac{\lambda}{1-\lambda}\right)\left[1-(1-\lambda)^{2t}\right]$$

EWMA จะสร้างโดยการลงจุดระหว่าง $\hat{Y}_t$ กับตัวอย่างที่เวลา t เส้นกึ่งกลางและขีดจำกัดควบคุมสำหรับแผนภูมิควบคุม EMWA เป็นดังนี้

$$UCL = \mu_0 + L\sigma\sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}\left[1-(1-\lambda)^{2t}\right]}$$

$$CL = \mu_0$$

$$LCL = \mu_0 - L\sigma\sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}\left[1-(1-\lambda)^{2t}\right]} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(4.5)$$

L เป็นความกว้างของขีดจำกัดควบคุม

สังเกตว่าเทอมของ $\left[1-(1-\lambda)^{2t}\right]$ จะมีค่าเข้าใกล้ 1 □□□ t มีค่ามาก แสดงว่าความผันแปรจะไม่ขึ้นอยู่กับเวลา เมื่อเวลาที่ปัจจุบันกับเวลาในอดีตมีค่ามากห่างกันมาก ๆ แล้วแผนภูมิควบคุม EWMA จะมีขีดจำกัดควบคุมเข้าใกล้ค่าคงที่ค่าหนึ่ง ดังนี้

$$\mathrm{UCL} = \mu_0 + L\sigma\sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}}$$

$$\mathrm{CL} = \mu_0$$

$$\mathrm{LCL} = \mu_0 - L\sigma\sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(4.6)$$

อย่างไรก็ตาม ถ้า t มีค่าน้อย การสร้างแผนภูมิควบคุม EWMA นั้นควรใช้สมการ (4.3) เพื่อค้นหากระบวนการผลิตที่อยู่นอกค่าเป้าหมายได้ล่วงหน้า □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ คำนวณมากขึ้นอาจจะอาศัยความสัมพันธ์

$$\pm 3\sigma_{EWMA} = \sqrt{\lambda/(2-\lambda)}\left(\pm 3\sigma_{Shewhart}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(4.7)$$

□□**อย่าง** 4.2 แสดงการสร้าง□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□□□□□□□ ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเอกซ์โปเนนเชียล □□□ข้อมูล□□□□□□□□□□ 30 ตัวอย่าง □□□□□□ □4.3

□□□□□ □4.3 แสดงค่าข้อมูลและค่า EWMA($\hat{Y}_t$)ที่คำนวณได้

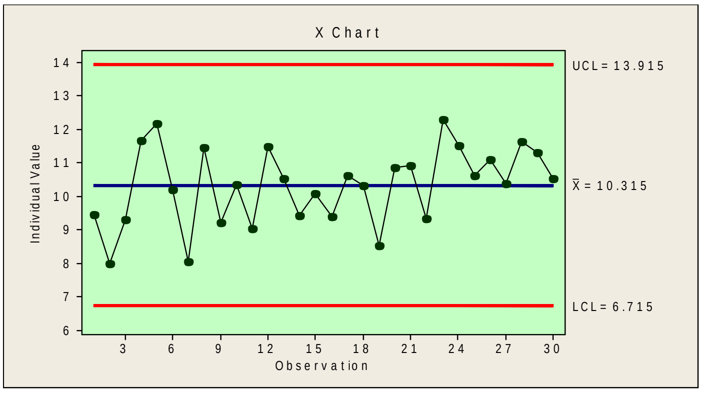
ตัวอย่าง□□	ค่าข้อมูล	EWMA($\hat{Y}_t$)	ตัวอย่าง□□	ค่าข้อมูล	EWMA($\hat{Y}_t$)
1	9.45	9.945	16	9.37	9.9826
2	7.99	9.7495	17	10.62	10.0478
3	9.29	9.70355	18	10.31	10.074
4	11.66	9.8992	19	8.52	9.91864
5	12.16	10.1253	20	10.84	10.0105
6	10.18	10.1307	21	10.90	10.0997
7	8.04	9.92167	22	9.33	10.0227
8	11.46	10.0755	23	12.29	10.2495
9	9.20	9.98796	24	11.50	10.3745
10	10.34	10.0232	25	10.60	10.3971
11	9.03	9.92384	26	11.08	10.4654
12	11.47	10.0785	27	10.38	10.4568
13	10.51	10.1216	28	11.62	10.5731
14	9.40	10.0495	29	11.31	10.6468
15	10.08	10.0525	30	10.52	10.6341

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□-ล่าง ตามสูตรของแผนภูมิควบคุม□□□□□ (□□□□□□ ดูหัวข้อแผนภูมิควบคุมข้อมูลเชิงเดี่ยว) ได้ผลดังนี้

$$UCL_X = 13.915$$

$$CL_X = 10.315$$

$$LCL_X = 6.715$$



□□□ 4.2 □□□□□□□□□□□□□-ล่างของแผนภูมิควบคุม X จากข้อมูลในตัวอย่างที่ 4.2

□□□□□□□จะเห็นว่าไม่มีข้อมูลใดตกอยู่นอกขอบเขตการควบคุมเลยแสดงว่าข้อมูลอยู่ในการควบคุมเชิงสถิติ□□□□□□□□□□□□□□□□ 99.73% แต่ถ้านำข้อมูล□□□ตารางข้างต้นมาคำนวณค่าต่าง ๆ เพื่อสร้างแผนภูมิควบคุม EWMA ทำได้ดังนี้

กำหนดให้มี $\lambda = 0.10, \quad L = 2.7$ ค่าเป้าหมายของค่าเฉลี่ยเป็น $\mu_0 = 10$ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น $\sigma = 1$

ดังนั้นค่าแรกของ EMWA เป็น

$$\begin{aligned}\hat{Y}_1 &= \lambda Y_1 + (1-\lambda)\hat{Y}_0 \\ &= 0.1(9.45) + 0.9(10) \\ &= 9.945\end{aligned}$$

□□□□□□□□□□ $\hat{Y}_1 = 9.945$ เป็นค่าแรกที่ลงจุดบนแผนภูมิควบคุม และค่าที่สองของ EWMA เป็น

$$\begin{aligned}\hat{Y}_2 &= \lambda Y_1 + (1-\lambda)\hat{Y}_1 \\ &= 0.1(7.99) + 0.9(9.945) \\ &= 9.945\end{aligned}$$

และค่าอื่น ๆ ของ EWMA ก็จะคำนวณได้เหมือนกัน

ขีดจำกัดควบคุมจะหาโดยใช้สมการ (2) สำหรับช่วงเวลาที่ $t = 1$

$$\begin{aligned}UCL &= \mu_0 + L\sigma\sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}\left[1-(1-\lambda)^{2t}\right]} \\ &= 10 + 2.7(1)\sqrt{\frac{0.1}{(2-\lambda)}\left[1-(1-0.1)^{2(1)}\right]} \\ &= 10.27\end{aligned}$$

□□□

$$\begin{aligned}UCL &= \mu_0 + L\sigma\sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}\left[1-(1-\lambda)^{2t}\right]} \\ &= 10 + 2.7(1)\sqrt{\frac{0.1}{(2-0.1)}\left[1-(1-0.1)^{2(1)}\right]} \\ &= 9.73\end{aligned}$$

สำหรับช่วงเวลาที่ 2 ขีดจำกัดควบคุมเป็น

$$\text{UCL} = \mu_0 + L\sigma\sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}\left[1-(1-\lambda)^{2t}\right]}$$

$$= 10 + 2.7(1)\sqrt{\frac{0.1}{(2-0.1)}\left[1-(1-0.1)^{2(2)}\right]}$$

$$= 10.36$$

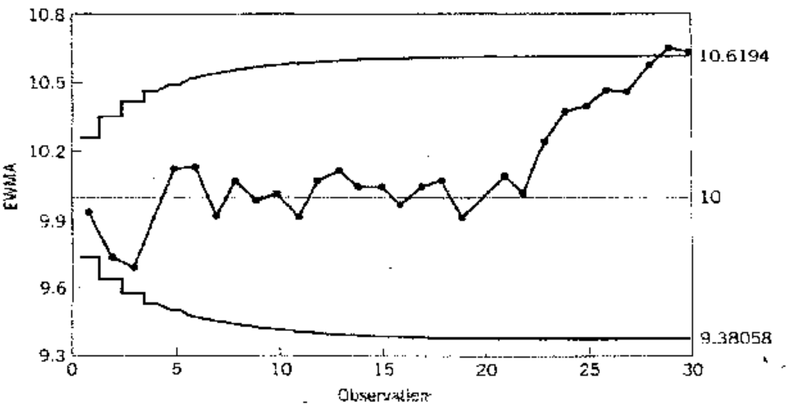
[illegible]

$$\text{UCL} = \mu_0 - L\sigma\sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}\left[1-(1-\lambda)^{2t}\right]}$$

$$= 10 - 2.7(1)\sqrt{\frac{0.1}{(2-0.1)}\left[1-(1-0.1)^{2(2)}\right]}$$

$$= 9.64$$

และขีดจำกัดควบคุมที่ช่วงเวลาอื่น ๆ ก็คำนวณได้แบบเดียวกันนี้



[illegible] 4.3 แสดงตัวอย่างของ EWMA Control Chart

[illegible] 4.3 ทำให้เห็นว่าขีดจำกัดควบคุมเพิ่มขึ้นในความกว้างที่ t [illegible] t = 1, 2 , … จนกระทั่งเสถียรที่ค่าคงที่ค่าหนึ่งจึงใช้สมการ (4.4)

$$\text{LCL} = \mu_0 - L\sigma\sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}}$$

$$= 10 + 2.7(1)\sqrt{\frac{0.1}{(2-0.1)}}$$

$$= 10.62$$

[illegible]

$$\text{UCL} = \mu_0 - L\sigma\sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}}$$

$$= 10 + 2.7(1)\sqrt{\frac{0.1}{(2-0.1)}}$$

$$= 9.38$$

EWMA 4.3 เป็นสัญญาณเตือนว่าค่าสังเกตที่ 28 นอกขีดจำกัดควบคุม แสดงว่ากระบวนการผลิตผิดปกติ (ซึ่งแตกต่างจากการใช้แผนภูมิควบคุม)จึงต้องค้นหาสาเหตุที่ ทำให้กระบวนการผลิตผิดปกติ ถ้าค้นหาสาเหตุที่ทำให้กระบวนการผลิตผิดปกติได้แล้วก็หาวิธีแก้ไขปรับปรุงและค่าสังเกตนี้ก็จะถูกตัดทิ้งไป ดังกล่าวจะส่งผลให้กระบวนการผลิตดีขึ้นและเป็นไปตามค่าเป้าหมาย

แต่ถ้าไม่สามารถค้นหาสาเหตุที่ทำให้กระบวนการผลิตผิดปกติหรือไม่สามารถหาวิธีแก้ไขสาเหตุนั้นได้ จากตัวอย่างนี้อาจจะถือว่าไม่เป็นไร เพราะค่าสังเกตที่ 28 เป็นค่าสังเกตในอดีตที่อยู่ห่างจากค่าปัจจุบันมาก โดยที่ค่าสังเกตที่สำคัญที่สุดคือค่าสังเกตที่ 1 ค่อย ๆ ะทั่งถึงค่าสังเกตที่ 30 ซึ่งมีความสำคัญน้อยที่สุด จะเห็นว่าค่าสังเกตในช่วงแรก ๆ ไม่มีค่าใดเลยที่ตกนอกขีดจำกัดควบคุม ดังนั้นสามารถสรุปได้ว่ากระบวนการผลิตนี้เป็นกระบวนการผลิตที่ดี ยังไม่จำเป็นต้องแก้ไขปรับปรุงก็ได้

สำหรับจุดเด่นของ EWMA สามารถใช้ตรวจสอบการเปลี่ยนแปลง เพียงเล็กน้อยได้อย่างรวดเร็ว สามารถใช้เป็นสัญญาณเตือนได้ว่า เมื่อ แก้ไขปรับปรุงจึงจะมีความจำเป็น ความแตกต่างระหว่างค่าเป้าหมายกับค่าจากการพยากรณ์ค่าเฉลี่ย ใช้ช่วยในการตัดสินใจได้ว่าการแก้ไขปรับปรุง นั้นมีความจำเป็นมากน้อย

EWMA ยังสามารถพยากรณ์ 1 ช่วงเวลาล่วงหน้าได้เป็น

$$\hat{Y}_{t+1} = \hat{Y}_t + \lambda(Y_t - \hat{Y}_t) \qquad \text{...(4.8)}$$

$$\hat{Y}_{t+1} = \hat{Y}_t + \lambda e_t \qquad e_t = Y_t - \hat{Y}_t$$

(4.6) สามารถอธิบายได้ว่า ค่าพยากรณ์ในช่วงเวลาถัดไปหาได้จากผลบวกของค่าพยากรณ์ครั้งก่อนบวกกับค่าคงที่ λ คูณด้วยความแตกต่างระหว่างค่าสังเกตกับค่าพยากรณ์ครั้งก่อ

EWMA

จะทำการตรวจสอบข้อมูลว่าเป็นอิสระแก่กันหรือไม่ โดยอาศัยเทคนิคการวิเคราะห์อนุกรมเวลา ซึ่งกล่าวว่า ถ้าข้อมูลที่แต่ละค่าสังเกตมีแนวโน้มเข้าใกล้ค่าสังเกตก่อนหน้าและไม่มีความสัมพันธ์กันระหว่างค่าสังเกตที่อยู่ติดกัน แล้วข้อมูลนี้จะไม่มีสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ใน (No-Autocorrelation) หรือถ้าค่าสังเกตเป็นอิสระแก่กันทุกช่วงเวลาแล้วค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ในตัวเองจะมีค่าเท่ากับศูนย์

การตรวจสอบเพื่อการตัดสินใจว่าค่าสังเกตแต่ละค่ามีความสัมพันธ์กันหรือไม่ จะใช้ สิทธิ์สหสัมพันธ์ในตัวเองที่เกี่ยวกับการถดถอยของค่าสังเกตปัจจุบันด้วยค่าสังเกต

ก่อนหน้าของอนุกรมเวลา ความเป็นอิสระแก่กันของข้อมูลที่เวลาก่อนหน้าสามารถตรวจสอบด้วยการประมาณค่าของค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ในตัวเองที่ห่างกัน k หน่วยเวลา เขียนแทนด้วย r_k □□ □□□□รถคำนวณได้จากสูตร

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (Y_t - \bar{Y})(Y_{t+k} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^{n} (Y_t - \bar{Y})^2} \qquad \text{...(4.9)}$$

□□□ k = 1, 2, 3, …

ตั้งสมมุติฐานได้ดังนี้

$$H_0 : \rho_k = 0$$

$$H_1 : \rho_k \neq 0$$

□□□□□□□□□□□□□□

$$t_{□□□□□} = \frac{r_k - \rho_k}{SE(r_k)} \qquad \text{...(4.10)}$$

□□□□□□คลาดเคลื่อนมาตรฐานของ r_k □□□ SE(r_k) □□□□□□ SE(r_k) $= \sqrt{\frac{1}{n}}$ □□□□□□□□□□□□□□□□□

(1-α)% □□□□□□ $H_0 : \rho_k = 0$ □□□ $t_{□□□□□}$ มากกว่า $t_{1-\frac{\alpha}{2}}$ หรือน้อยกว่า $t_{\frac{\alpha}{2}}$

เพื่อความสะดวกจะใช้โปรแกรมสำเร็จรูปโดยอาศัยกราฟคอเรลโรแกรมของ r_k □□ เสนอโดยบอกซ์-เจนกินส์ (Forecasting With Univariate Box-Jenkins Model;Alan Pankratz:p.124-136) ก็ได้ ถ้าค่าของ r_k ใดตกนอกขอบเขตช่วงความเชื่อมั่นจะถือว่าเกิดความสัมพันธ์ในตัวเอง ณ ช่วงเวลา t □□ t+k □□□□□ 4.5

นอกจากนั้นบ๊อกซ์-เจนกินส์ ยังได้เสนอให้ใช้ความแปรปรวนตรวจสอบความเพียงพอของเงื่อนไขเบื้องต้นที่ว่าค่าเฉลี่ยคงที่ ค่าความแปรปรวนคงที่และเป็นอิสระต่อกัน ซึ่□□□□□□ ใช้ค่าความแปรปรวนของค่าสังเกตเป็นคู่ ๆ ที่ห่างกัน 1, 2 □□□ m หน่วยเวลา ถ้าผลต่างของค่าความแปรปรวนแต่ละคู่ไม่มีความแตกต่างกันแล้วข้อมูลจะเป็นไปตามเงื่อนไขเบื้องต้น

สำหรับค่าความแปรปรวนมาตรฐานเป็น

$$G_m = \frac{Var(Y_{t+m} - Y_t)}{Var(Y_{t+1} - Y_t)} \qquad \text{...(4.11)}$$

อัตราส่วนของ G_m จะเท่ากับ 1 สำหรับทุกค่าของ m ถ้าข้อมูลมีค่าเฉลี่ยคงที่ ค่าความแปรปรวนคงที่และเป็นอิสระแก่กัน

สำหรับกระบวนการผลิตซึ่งมีค่าความแปรปรวนคงที่ที่สุด (เช่น กระบวนการผลิต □□□□) G_m จะเพิ่มขึ้นในระยะแรกแต่ไม่นานก็จะกลายเป็นค่าคงที่ สำหรับกระบวนการผลิตที่มีระดับ

ความสามารถและค่าความแปรปรวนอยู่นอกขีดจำกัด (เช่น กระบวนการผลิตไม่คงที่) G_m อย่างต่อเนื่อง วิธีการอย่างง่ายที่ใช้คำนวณ G_m นั้นจะใช้ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานจากการคำนวณค่า 4.6-4.7

หาค่า λ การประมาณค่า λ โดย พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่าง G_m กับ ช่วงห่าง m หน่วยเวลา ดังรูปที่ 4.6 สามารถหาได้จากความชัน(b)ของเส้นตรง ได้จากสูตร

$$b = \frac{\sum (m-1)(G(m)-1)}{(m-1)^2} \qquad \text{...(4.12)}$$

$$b = \frac{\lambda}{1 + (1-\lambda)^2} \qquad \text{...(4.13)}$$

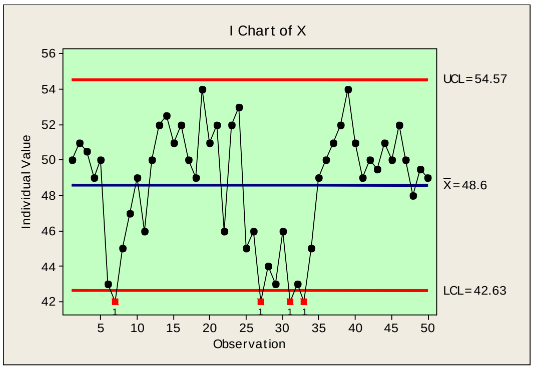
4.11 จะได้ค่า λ และเมื่อทราบค่า λ แล้ว จะนำค่าดังกล่าวไปสร้างแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเอกซ์โปเนนเชียล โดยใช้สูตรในสมการ 4.4) 4.8) เพื่อพยากรณ์ข้อมูลล่วงหน้าได้ ดังตัวอย่างที่ 4.3

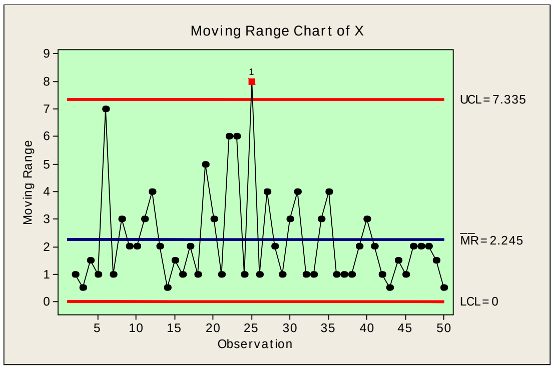
ตัวอย่าง 4.3 แสดงการสร้างแผนภูมิควบคุมเชิงเดี่ยว แผนภูมิควบคุมพิสัย ควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเอกซ์โปเนนเชียล ข้อมูลเส้นผ่าศูนย์กลางของ (Bearing) โดยสุ่มตัวอย่างจำนวน 50 ตัวอย่าง ดังตาราง 4.4

4.4 แสดงข้อมูลเส้นผ่าศูนย์กลางของวงแหวนแบริ่ง(Bearing) 50 ตัวอย่าง

	เส้นผ่าศูนย์กลาง		เส้นผ่าศูนย์กลาง		เส้นผ่าศูนย์กลาง
1	50	18	49	35	49
2	51	19	54	36	50
3	50.5	20	51	37	51
4	49	21	52	38	52
5	50	22	46	39	54
6	43	23	52	40	51
7	42	24	53	41	49
8	45	25	45	42	50
9	47	26	46	43	49.5
10	49	27	42	44	51
11	46	28	44	45	50
12	50	29	43	46	52
13	52	30	46	47	50
14	52.5	31	42	48	48
15	51	32	43	49	49.5
16	52	33	42	50	49
17	50	34	45		

จากข้อมูลเมื่อนำมาสร้าง 2





□□□ 4.4a) □□□□□□□□-ล่างของแผนภูมิค่า□□□□□□ □□□ 4.4b) □□□□□□□□-ล่างของแผนภูมิพิสัย□□□□□□ 2

□□□□□□ 4.4 จะเห็นว่ามีหลายจุดที่ตกออกนอกขีดจำกัดควบคุม จึงควรทำการค้นหาสาเหตุและปรับปรุงแก้ไขกระบวนการผลิตนี้ และจะเห็นว่าเกิดความผิดปกติของจุดที่อยู่เหนือและอยู่ใต้เส้น□□□□เป็นการขึ้นๆลงๆเป็นคาบ □□ข้อมูลอาจจะเกิดสหสัมพันธ์ในตัวเองก็เป็นไปได้ เพื่อเป็นการยืนยันความคิดดังกล่าวควรนำ□□□□□EWMA □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ทำได้□□□

□□□□□ จะทำการตรวจสอบข้อมูลว่าเป็นอิสระแก่กันหรือไม่ โดยอาศัยเทคนิคการวิเคราะห์อนุกรมเวลา การตรวจสอบเพื่อการตัดสินใจว่าค่าสังเกตแต่ละค่ามีความสัมพันธ์กันหรือไม่ จะใช้การทดสอบสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ในตัวเองที่ห่างกัน k หน่วยเวลา r_k □□□□□ได้จากสูตร

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k}(Y_t - \bar{Y})(Y_{t+k} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^{n}(Y_t - \bar{Y})^2} \quad ; \quad □□□□\ k = 1, 2, 3, \ldots$$

□□□□□□ 4.5 แสดงค่า r_k □□□ k = 1 , 2 , 3 ,...

ช่วงห่างเวล□(lag)	1	2	3	4	5	6	7	...
r_k	0.6567	0.4979	0.3188	0.2121	0.0851	-0.1115	-0.1486	...

□□□□□□□□□□□□□□□□□ ρ_k ตั้งสมมุติฐานได้ดังนี้

$$H_0 : \rho_k = 0$$

$$H_1 : \rho_k \neq 0$$

จากข้อมูลในตารางที่ 4.4 ต้องการทดสอบสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ในตัวเอง ρ_1 (ห่าง 1 ช่วงเวลา)

□□□□□□□□□□□□□□□□□ ρ_1 ตั้งสมมุติฐานได้ดังนี้

$$H_0 : \rho_1 = 0$$

$$H_1 : \rho_1 \neq 0$$

□□□□□□□□□□□□□

$$t = \frac{r_1 - \rho_1}{SE(r_1)}$$

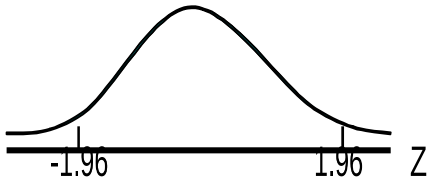
$SE(r_1)$ $SE(r_1) = \sqrt{\frac{1}{50}} = 0.1414$

$$t = \frac{0.6567 - 0}{0.1414} = 4.64357$$

95% $H_0 : \rho_k = 0$ t มากกว่า $t_{1-\frac{\alpha}{2}}$ หรือน้อยกว่า $t_{\frac{\alpha}{2}}$

d.f = n-1 = 49 n มีค่ามากจะประมาณ การแจกแจง t ด้วย การแจกแจง

(Z)

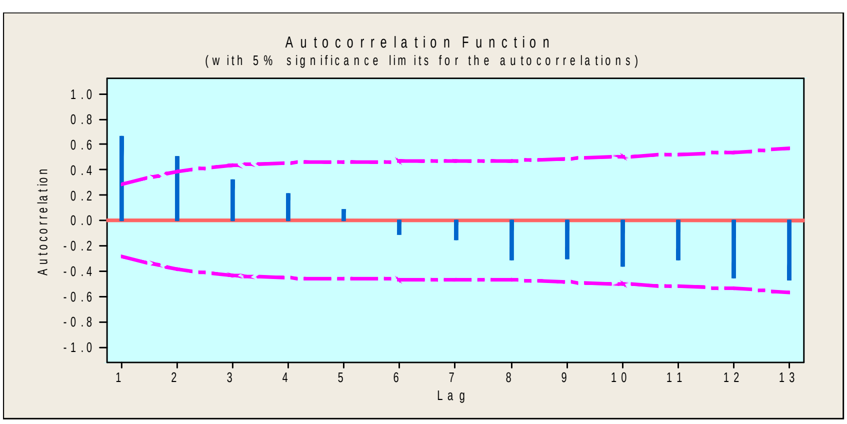


H_0 เพราะว่า t มากกว่า 1.96 แสดงว่าค่าคลาดเคลื่อนที่ห่างกัน 1 หน่วยเวลามีความสัมพันธ์กัน ρ_k k = 2,3,... 4.6

4.6 แสดงค่า r_k และค่าสถิติทดสอบ t k = 1,2,3,...

lag	1	2	3	4	5	6	7	...
r_k	0.6567	0.4979	0.3188	0.2121	0.0851	-0.1115	-0.1486	...
t	4.64	2.58	1.47	0.94	0.37	-0.48	-0.64	...

ใช้ r_k เสนอโดยบอกซ์-เจนกินส์



[illegible] 4.5) แสดงกราฟคอเรลโรแกรมของ และเส้นแสดงขอบเขตความเชื่อมั่น

[illegible]ว่า r_1 [illegible] r_2 โด่งออกนอกเขตช่วงความเชื่อมั่น นั่นหมายถึง ข้อมูลเกิดสหสัมพันธ์ในช่วงเวลาที่ 1 [illegible] 2 แสดงว่าข้อมูลเกิดสหสัมพันธ์ใน [illegible] ซึ่งเป็นหลักฐานยืนยันว่าควรนำแผนภูมิ EWMA มาใช้ในการควบคุมกระบวนการผลิต

[illegible]ตรวจสอบความเพียงพอของเงื่อนไขเบื้องต้นที่ว่าค่าเฉลี่ยคงที่ ค่าความแปรปรวนคงที่และเป็นอิสระต่อกัน โดยใช้ความแปรปรวนมาตรฐานก็ได้ โดยคำนวณหาค่า MR $\overline{MR}$ [illegible] m มีค่าตั้งแต่ 1 [illegible] 10 ([illegible] 4.7) แล้วคำนวณหาค่า G_m [illegible] 4.9([illegible] 4.8)

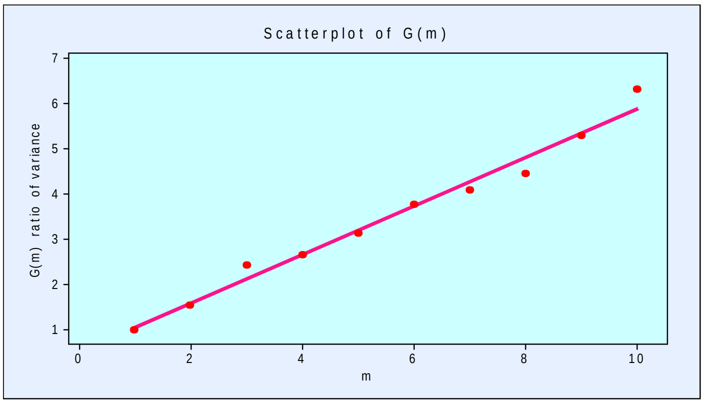
[illegible] 4.7 แสดงค่า MR [illegible] m มีค่าต่างๆ

[illegible]	Data	MR m=1	MR m=2	MR m=3	MR m=4	MR m=5	MR m=6	MR m=7	MR m=8	MR m=9	MR m=10
1	50										
2	51	1									
3	50.5	0.5	0.5								
4	49	1.5	2	1							
5	50	1	0.5	1	0						
6	43	7	6	7.5	8	7					
7	42	1	8	7	8.5	9	8				
8	45	3	2	5	4	5.5	6	5			
9	47	2	5	4	3	2	3.5	4	3		
10	49	2	4	7	6	1	0	1.5	2	1	
11	46	3	1	1	4	3	4	3	4.5	5	4
12	50	4	1	3	5	8	7	0	1	0.5	1
13	52	2	6	3	5	7	10	9	2	3	1.5
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
		$\overline{MR}$ 2.082	$\overline{MR}$ 2.594	$\overline{MR}$ 3.255	$\overline{MR}$ 3.391	$\overline{MR}$ 3.689	$\overline{MR}$ 4.045	$\overline{MR}$ 4.209	$\overline{MR}$ 4.393	$\overline{MR}$ 4.793	$\overline{MR}$ 5.238

[illegible] 4.8 แสดงผลของการคำนวณแต่ละ m หน่วยเวลา[illegible] G_m

m	$\overline{MR}$	d_2	$\sigma_{Y_m} = \dfrac{\overline{MR}}{d_2}$	$\sigma^2_{Y_m}$	$G(m) = \dfrac{\sigma^2_{Y_m}}{\sigma^2_{Y_1}}$
1	2.082	1.128	1.845	3.406	1.000
2	2.594	1.128	2.299	5.287	1.553
3	3.255	1.128	2.886	8.329	2.446
4	3.319	1.128	3.006	9.039	2.654
5	3.689	1.128	3.270	10.695	3.140
6	4.045	1.128	3.586	12.862	3.777
7	4.209	1.128	3.732	13.925	4.089
8	4.393	1.128	3.894	15.166	4.453
9	4.793	1.128	4.249	18.053	5.301
10	5.238	1.128	4.643	21.559	6.331

□□G_m กับช่วงห่าง m หน่วยเวลา □□□□□□□□□□จะพบว่ามีลักษณะเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ อย่างเป็นเส้นตรง จึงเสนอให้ใช้แผนภูมิควบคุม EWMA



□□□ 4.6 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง G_m กับช่วงห่าง m หน่วยเวลา

□□□□□□ หาค่า λ การประมาณค่า λ สามารถหาได้จากความชันของเส้นตรง เนื่องจากเส้นตรงผ่านที่จุด $G_m = 1$ □□□ $m = 1$ ความชันสามารถหาได้จาก

$$b = \frac{\sum xy}{\sum x^2} = \frac{\sum (m-1)(G(m)-1)}{(m-1)^2}$$

$$= \frac{0(1) + 1(1.552) + 2(2.445) + \ldots + 9(6.330)}{0^2 + 1^2 + 2^2 + \ldots + 9^2}$$

$$= 0.547$$

□□□□□□ $b = \frac{\lambda}{1+(1-\lambda)_2}$ □□□ $b = 0.547$ จะได้ว่า $\lambda = 0.76$

สามารถสร้างแผนภูมิ□□□□□EWMA □□□□□□□ 4.4)□□□□□□□ 4.5) □□□□

$$\pm 3\sigma_{EWMA} = \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}}\left(\pm 3\sigma_{shewhart}\right)$$

$$= \sqrt{\frac{0.76}{2-0.76}}\left(53.74 - 48.22\right)$$

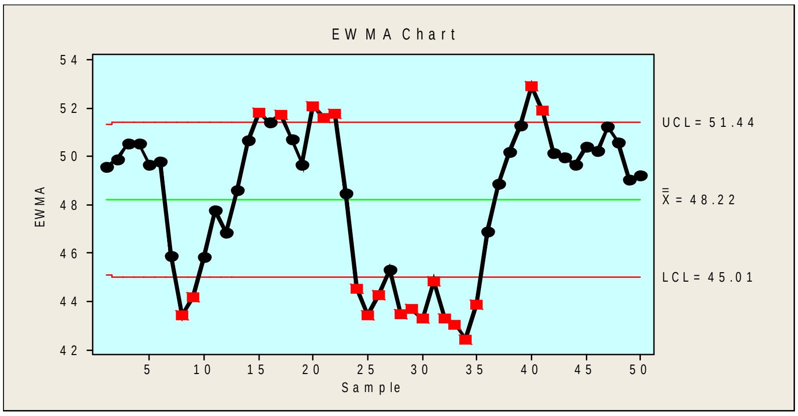
$$= 4.321$$

□□□□□□□□□□□□□□□บนและขอบเขตควบคุมล่าง

$$UCL = 48.22 + 4.321 = 52.55$$

$$LCL = 48.22 - 4.321 = 43.89$$

สร้างแผนภูมิควบคุม EWMA ได้ดังรูป□□ 4.7



[illegible] 4.7 [illegible] EWMA เมื่อข้อมูลถูกปรับ

[illegible] EWMA [illegible] $\hat{Y}_t = \lambda Y_t + (1-\lambda)\hat{Y}_{t-1} = 0.76Y_t + 0.24\hat{Y}_{t-1}$ ให้ค่าพยากรณ์ครั้งแรกเป็น $\hat{Y}_1 = 50$ เมื่อใช้รูปแบบ EWMA ที่เหมาะสมสำหรับพยากรณ์ล่วงหน้า 1 หน่วยเวลา คือ $\hat{Y}_{t+1} = \hat{Y}_t + \lambda(Y_t - \hat{Y}_t) = 0.76Y_t + 0.24\hat{Y}_t$ จะให้ค่าพยากรณ์และค่าคลาดเคลื่อน [illegible] 4.9

[illegible] 4.9 แสดงค่าคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์

t	Y_t	$\hat{Y}_t$	e_t	t	Y_t	$\hat{Y}_t$	e_t
1	50	50.000	0.000	26	46	44.537	1.463
2	51	50.000	1.000	27	42	45.649	-3.649
3	50.5	50.760	-0.260	28	44	42.876	1.124
4	49	50.562	-1.562	29	43	43.730	-0.730
5	50	49.375	0.625	30	46	43.175	2.825
6	43	49.850	-0.850	31	42	45.322	-3.322
7	42	44.644	-2.644	32	43	42.797	0.203
8	45	42.635	2.365	33	42	42.951	-0.951
9	47	44.432	2.568	34	45	42.225	2.772
10	49	46.384	2.616	35	49	44.335	4.665
11	46	48.372	-2.372	36	50	47.880	2.120
12	50	46.569	3.431	37	51	49.491	1.509
13	52	49.177	2.823	38	52	50.638	1.362
14	52.5	51.322	1.178	39	54	51.673	2.327
15	51	52.217	-1.217	40	51	53.442	-2.442
16	52	51.292	0.708	41	49	51.586	-2.586
17	50	51.830	-1.830	42	50	49.621	0.379
18	49	50.439	-1.439	43	49.5	49.909	-0.409
19	54	49.345	4.655	44	51	49.598	1.402
20	51	52.883	-1.833	45	50	50.664	-0.664
21	52	51.452	0.548	46	52	50.159	1.841
22	46	51.868	-5.868	47	50	51.558	-1.558
23	52	47.408	-54.08	48	48	50.374	-2.374
24	53	43.298	-0.298	49	49.5	48.570	0.930
25	45	43.072	1.928	50	49	49.277	-0.277

□□□□□□□ง ถ้าต้องการพยากรณ์ข้อมูลตัวที่ 51 จะได้ค่าข้อมูลดังนี้

$$\hat{Y}_{50+1} = \hat{Y}_{50} + \lambda(Y_{50} - \hat{Y}_{50}) = 0.76(49) + 0.24(49.227)$$
$$= 49.0545$$

□□□□□□□□□□□ EWMA □□ที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่าเป็นแผนภูมิควบคุมคุณภาพที่ใช้แนวความคิดเกี่ยวกับการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบกระบวนการที่เกิ□□□ สหสัมพันธ์และตรวจจับความคลาดเคลื่อนของกระบวนการโดยใช้แผนภูมิค่าเฉลี่ย ซึ่งวิธีการดังกล่าวสามารถตรวจจับกระบวนการได้ในกรณีการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยขนาดใหญ่ สำหรับข้อมูลที่อัตตสหสัมพันธ์ในลักษณะ□□□ □□□□□□□□□□□เพิ่มเติมได้ เช่น แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเอกซ์โปเนนเชียลกระบวนการคงที่ (EWMAST) □□□□□□□ Schmid (1997) □□□ Zhang (1998) ซึ่งเป็นแผนภูมิควบคุมคุณภาพกรณีการเกิดอัตตสัมพันธ์อันดับ(Order)โดยไม่จำเป็นต้องแสดงค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการ □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ (Auto Regressive Moving Average)□□□□□□□□ Jiang Wei (2000) ซึ่งเป็นแผนภูมิควบคุมคุณภาพที่สร้างขึ้นเพื่อตรวจจับกระบวนการที่เกิดที่อัตตสหสัมพันธ์อันดับ 1 เป็นต้น

4.3) แผนภูมิควบคุมผลรวมสะสม

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ หรือที่เรียกว่า แผ□□□ CUSUM (Cumulative Sum Control Chart) □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ ES. Page ในปี ค.□. 1954 □□□□□□□□□□□□□□□□□□□ คือ การนำเอาข้อมูลตลอดช่วงเวลาของการเก็บข้อมูลมาใช้ประกอบการตัดสินใจ □□□□□□□□□□□□□□ ของผลรวมสะสมของความคลาดเคลื่อนจากค่าเป้าหมาย แผนภูมินี้มีจุดเด่นคือเป็นแผนภูมิที่ใช้เพื่อตรวจจับการผิดปกติของกระบวนการผลิตในกรณีค่าเฉลี่ยของข้อมูลมีการเปลี่ยนแปลงไปเพียงเล็กน้อยได้อย่างมีประสิทธิภาพ และการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการผลิตสามารถมองเห็นได้ง่าย □□ ซึ่งแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยของชิว□□ร์ทนั้น พบว่าแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยของชิววาร์ท จะตรวจจับการผิดปกติของกระบวนการผลิตได้ □□□□□□□□□□□□□ (Shift) ค่าเฉลี่ยของข้อมูลอยู่ระหว่าง $\pm 1.5\sigma$ □□ $\pm 2\sigma$ หรือค่าเฉลี่ยเปลี่ยนไ□ มากกว่านี้ แต่ถ้าค่าเฉลี่ยข้อมูลมีการเปลี่ยนน้อยกว่า $\pm 1.5\sigma$ แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยของชิววาท จะไม่สามารถตรวจจับการผิดปกติของกระบวนการผลิตได้ ดังนั้นถ้าค่าเฉลี่ยข้อมูลมีการเปลี่ยนน้อยกว่า 1.5σ □□□□□□□ CUSUM นับเป็นแผนภูมิที่เหมาะจะนำมาใช้ในการควบคุมคุณภาพของข้อมูลมากกว่าแผนภูมิควบคุมของชิววาร์ท ดังรูปที่ 4.8 แต่อย่างไรก็ดีถึงแม้แผนภูมิ CUSUM □□□□□ ประสิทธิภาพแต่ก็มีความยุ่งยากมากในการคำนวณตลอดจนการตีความและการตัดสินการเกิดสภาวะการผลิตที่เปลี่ยนแปลงของข้อมูล ดังนั้นในการเลือกใช้แผนภูมินี้จะต้องศึกษาและทำความเข้าใจการตีความ และการตัดสินสภาวะการผลิตที่เปลี่ยนแปลงของแผนภูมิดังกล่าวก่อนที่จะตัดสินใจใช้

[illegible]สะสมที่จะกล่าวต่อไปนี้ แบ่งเป็น 2 [illegible]

1) [illegible]สะสมด้านเดียว

2) [illegible]สะสมสองด้าน

4.3.1 แผนภูมิควบคุมผลรวมสะสมด้านเดียว

[illegible]สะสมด้านเดียว (One-sided Cusum) นี้ เป็นวิธีการที่ใช้เป็นครั้งแรกตั้งแต่เริ่มมีการพัฒนาแผนภูมิ CUSUM ขึ้นใช้ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อต[illegible]เปลี่ยนแปลงไปเพียงด้านเดียวของข้อมูล วิธีการสร้างแผนภูมิควบคุม CUSUM ทำได้ดังต่อไปนี้

ถ้าจำนวนตัวอย่างของแต่ละกลุ่มตัวอย่างมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 1 ($n \geq 1$) กำหนดให้

$\overline{x}_i$ เป็นค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างที่ i [illegible] $i=1,2,\ldots,k$

μ_0 เป็นค่าเป้าหมายของค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิต

s_m เป็น [illegible] m กลุ่มตัวอย่าง

คำนวณได้โดย

$$s_m = \sum_{i=1}^{m} \left(\overline{x}_i - \mu_0\right) \qquad \text{(4.14)}$$

เนื่องจากค่า s_m เป็นผลลัพธ์ของกลุ่มตัวอย่างหลายกลุ่ม ดังนั้นแผนภูมิควบคุมผลรวม[illegible]ไปของกระบวนการผลิตได้ดีกว่าแผนควบคุมทั่วไป โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อการเปลี่ยนแปลงไปมีค่าไม่มาก นอกจากนี้แผนภูมิควบคุมผลรวมสะสมจะใช้ได้ดี เมื่อจำนวนตัวอย่างในแต่ละกลุ่มมีค่าเป็น 1 [illegible] $n = 1$ ในกระบวนการผลิตที่กำหนดค่าเป้าหมายของค่าเฉลี่ยกระบวนการไว้เป็[illegible] μ_0 นั้น ถ้ากระบวนการผลิตอยู่ภายใต้การควบคุม ค่าคลาดเคลื่อนไปจากค่า μ_0 ควรต้องกระจายอย่างสุ่มคือ เป็นบวกบ้าง ลบบ้าง และศูนย์บ้าง ดังนั้นผลรวมสะสมของค่าคลาดเคลื่อนจากสมการที่ (4.14) ควรจะมีค่ากระจายอย่างสุ่มและใกล้ค่าศูนย์

อย่างไรก็ตามถ้าค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตมีค่าเปลี่ยนแปลงไปในทางเพิ่มขึ้นเป็น μ_1 [illegible] $\mu_1 > \mu_0$ ดังนั้นค่าผลรวมสะสมของความคลาดเคลื่อนจะมีค่ามากขึ้นเรื่อย ๆ ในทางตรงข้ามถ้าค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตเปลี่ยนแปลงไปในทางมีค่าน้อยกว่าค่าเป้าหมายเป็น μ_2 [illegible] $\mu_2 < \mu_0$ ดังนั้นผลรวมสะสมหรือค่า S_m จะมีค่าลดลงเรื่อย ๆ ซึ่งจะทำให้ผู้ควบคุมกระบวนการผลิตรู้ว่า ค่[illegible]ของกระบวนการผลิตได้เปลี่ยนแปลงไปจากเดิมแล้ว และต้องค้นหาสาเหตุของการเปลี่ยนแปลงไปของกระบวนการผลิต เพื่อลดปริมาณของเสียที่ผลิตจากกระบวนการผลิตดังกล่าว

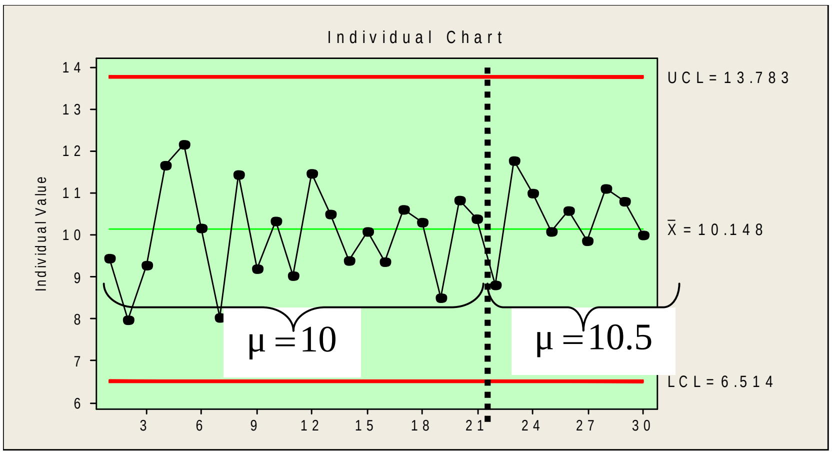
สำหรับตัวอย่างที่ 4.4 จะแสดงการคำนวณหาค่าแผนภูมิ CUSUM และเปรียบเทียบการใช้ □□□□□□□□□□□CUSUM กับ แผนภูมิควบคุมเชิงเดี่ยวของชิววาร์ท เพื่อให้เห็นประโยชน์ของแผนภูมินี้อย่างชัดเจน

ตัวอย่างที่ 4.4 ข้อมูลชุดหนึ่งมีการเก็บรวบรวมแบบต่อเนื่อง มีทั้งหมด 30 ช่วงเวลา □□□□□□□□4.10

□□□□□□4.10 ข้อมูลแสดงความหนืดของสารชนิดหนึ่งที่ใช้ในการผลิตอุปกรณ์อิเลคทรอนิคส์ 30 ช่วงเวลา

ช่วงที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ข้อมูล	9.45	7.99	9.29	11.66	12.16	10.18	8.04	11.46	9.20	10.34	9.03	11.47	10.51	9.40	10.08
ช่วงที่	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
ข้อมูล	9.37	10.62	10.31	8.52	10.84	10.40	8.83	11.79	11.00	10.10	10.58	9.88	11.12	10.81	10.02

เมื่อนำมาคำนวณขอบเขตบนและล่างของแผนภูมิควบคุมเชิงเดี่ยว



□□□4.8 □□□□□□X (Individual Control Chart) สำหรับข้อมูลในตารางที่ 4.10

เมื่อคำนวณหาขอบเขตควบคุมบนและล่างของแผนภูมิควบคุมเชิงเดี่ยว แล้วนำข้อมูลทุกค่า ลงพล็อตในแผนภูมิควบคุม จะพบว่าไม่มีจุดใดตกออกนอกขีดจำกัดควบคุมเลยดังรูปที่ 4.8 แสดงว่ากระบวนการผลิตไม่มีความผิดปกติหรือกระบวนการผลิตอยู่ในการควบคุมเชิงสถิติ

ในความเป็นจริงนั้น ข้อมูลตัวที่ 1 □□20 เป็นค่าสุ่มจากการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 10 และความเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 1 □□□N(10,1) ส่วนค่าของข้อมูลตัวที่ 21 □□30 เป็นค่าที่สุ่มจากการแจกแจงปกติที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 10.5 และความเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 1 □□□N(10.5,1) ถ้านำข้อมูลดังกล่าวมาสร้างแผ□□□□□□□□□CUSUM จะทำได้โดย

กำหนดให้ ค่าเฉลี่ยของกระบวนการที่ต้องการคือ $\mu_0 = 10$

[illegible] n=1 [illegible] 4.12 ให้ $\bar{x}_i = X_i$

[illegible] S_m [illegible] 4.14 จะแทนด้วย S_i และคำนวณค่าได้ดังนี้

$$S_i = \sum_{j=1}^{i} (x_i - 10)$$

$$= (x_i - 10) + \sum_{j=1}^{i-1} (x_j - 10)$$

$$= (x_i - 10) + S_{i-1}$$

ตัวอย่างการคำนวณผลรวมสะสมของแต่ละตัวอย่างดังแสดงในตารางที่ 4.11 ได้ดังต่อไปนี้

[illegible] 4.10 แสดงค่า S_m ที่จะนำไปสร้างแผนภูมิควบคุมผลรวมสะสม

[illegible] i	x_i	x_i -10	$S_i = (x_i - 10) + S_{i-1}$
1	9.45	-0.55	-0.55
2	7.99	-2.01	-2.56
3	9.29	-0.71	-3.27
4	11.66	1.66	-1.61
5	12.16	2.16	0.55
6	10.18	0.18	0.73
7	8.04	-1.96	-1.23
8	11.46	1.46	0.23
9	9.20	-0.80	-0.57
10	10.34	0.34	-0.23
11	9.03	-0.97	-1.20
12	11.47	1.47	0.27
13	10.51	0.51	0.78
14	9.40	-0.60	0.18
15	10.08	0.08	0.26
16	9.37	-0.63	-0.37
17	10.62	0.62	0.25
18	10.31	0.31	0.56
19	8.52	-1.48	-0.92
20	10.84	0.84	-0.08
21	10.90	0.90	0.82
22	9.33	-0.67	0.15
23	12.29	2.29	2.44
24	11.50	1.50	3.94
25	10.60	0.06	4.54
26	11.08	1.08	5.62
27	10.38	0.38	6.00
28	11.62	1.62	7.62
29	11.31	1.31	8.93
30	10.52	0.52	9.45

ตัวอย่างการคำนวณค่า S_m

ข้อมูล[illegible] 1

$$S_1 = (x_1 - \mu_0)$$
$$= (9.45 - 10)$$
$$= -0.55$$

ข้อมูล[illegible] 2

$$S_2 = (x_1 - \mu_0) + (x_2 - \mu_0)$$
$$= s_1 + (x_2 - \mu_0)$$
$$= -0.55 + (7.99 - 10)$$
$$= -2.56$$

ข้อมูล[illegible] 3

$$S_3 = (x_1 - \mu_0) + (x_2 - \mu_0) + (x_3 - \mu_0)$$
$$= S_2 + (x_3 - \mu_0)$$
$$= -2.56 + (9.29 - 10)$$
$$= -3.27$$

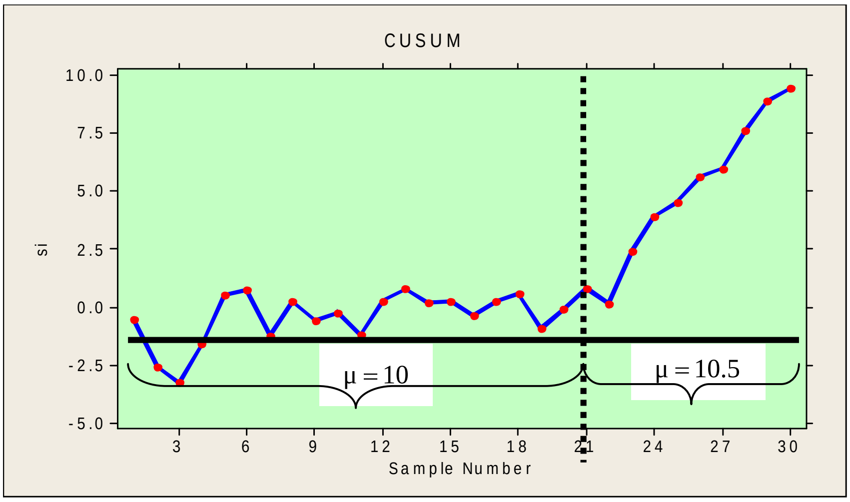
.

.

.

ข้อมูลตัวอื่นๆก็คำนวณเช่นกัน

เมื่อพล็อตค่าของ S_i ลงในกราฟจะได้ดังแสดงในรูปที่ 4.9 จะเห็นได้ว่าหลังจากข้อมูลตัวที่ 21ไปแล้ว ค่าของ S_i จะมีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ อย่างต่อเนื่องแสดงให้เห็นว่าค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตได้เปลี่ยนแปลงไปแล้ว หลังจากนั้นนำค่า S_m มาพล็อตกราฟจะได้ดังรูปที่ 4.9



รูปที่ 4.9 แผนภูมิแสดงการเพิ่มของค่าผลรวมสะสมจากข้อมูลตารางที่ 4.10

จากรูปที่ 4.9 จะเห็นว่าความชันของเส้นกราฟสำหรับข้อมูลตัวที่ 1 ถึง 20 มีค่าน้อยและเส้นค่อนข้างขนานกับแกนระนาบ แต่นับจากข้อมูลตัวที่ 21 ไปค่าของความชันเริ่มเพิ่มมากขึ้น นอกจากนี้ค่าที่สำคัญอีกค่าหนึ่งคือ ค่าความห่างจากค่าเฉลี่ยเป้าหมาย μ_0 ของค่าผลรวมสะสม หรืออีกนัยหนึ่งคือค่าความแตกต่างระหว่าง S_m และ μ_0 จากการพิจารณาข้อมูลตัวที่ 1 ถึง 20 จะพบว่าค่า S_m มีค่าใกล้เคียงศูนย์ แต่นับจากข้อมูลตัวที่ 21 ไป ค่าของ S_m จะเริ่มจากห่างจากศูนย์มากขึ้นเรื่อย ๆ ซึ่งแสดงให้เห็นถึงการเพิ่มขึ้นของค่าเฉลี่ยกระบวนการผลิต ซึ่งถ้าพิจารณาเปรียบเทียบกับรูปที่ 4.8 จะเห็นว่าค่าผลรวมสะสมจะตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยของข้อมูลได้ดีกว่า

สำหรับการพิจารณาการสร้างขอบเขตการควบคุมนั้น จะกำหนดให้ H เป็นความสูงของขอบเขตควบคุมบนและล่างของแผนภูมินี้ ในการตัดสินใจว่ากระบวนการผลิตอยู่นอกขอบเขตการควบคุมหรือไม่นั้น จะทำได้โดยการหาค่าสะสมของค่าข้อมูลที่เบี่ยงเบนไปจากเป้าหมาย(μ_0) ซึ่งมีทั้งค่าที่เป็นบวก(C^+)และค่าที่เป็นลบ(C^-) สูตรที่ใช้คำนวณมีดังนี้

$$C_i^+ = \max\left[0, x_i - (\mu_0 + K) + C_{i-1}^+\right] \quad \text{....................(4.15)}$$

$$C_i^- = \max\left[0, (\mu_0 - K) - x_i + C_{i-1}^-\right] \quad \text{....................(4.16)}$$

โดยให้ค่าเริ่มต้นของ $C^+ = C^- = 0$ และ K เป็นค่าอ้างอิงใด ๆ และหาค่าได้จากสมการ 1.47

$$K = \frac{\delta}{2}\sigma = \left|\frac{\mu_1 - \mu_0}{2}\right| \quad \text{....................(4.17)}$$

[illegible] $\delta = \frac{|\mu_1 - \mu_0|}{\sigma}$ ถ้า C_i^+ [illegible] C_i^- มีค่ามากกว่า H จะได้ว่าข้อมูล ณ ช่วงเวลานั้น([illegible]) ตกอยู่นอกขอบเขตการควบคุม ดังแสดงในตัวอย่างที่ 4.5 [illegible] 4.10

ตัวอย่างที่ 4.5 จากข้อมูลในตัวอย่างที่ 4.4 จะนำมาหาค่า C^+, C^- และขอบเขตควบคุมบนและล่างของ [illegible] 4.13 [illegible] 4.16 ได้ดังตารางที่ 4.12

[illegible] 4.12 ตารางแสดงค่า C^+, C^-, N^+ [illegible] N^-

[illegible] i	X_i	a			b		
		X_i-10.5	C_i^+	N^+	9.5-X_i	C_i^-	N^-
1	9.45	-1.05	0	0	0.05	0.05	1
2	7.99	-2.51	0	0	1.51	1.56	2
3	9.29	-1.21	0	0	0.21	1.77	3
4	11.66	1.16	1.16	1	-2.16	0	0
5	12.16	1.66	2.82	2	-2.16	0	0
6	10.18	-0.32	2.50	3	-0.68	0	0
7	8.04	-2.46	0.04	4	1.46	1.46	1
8	11.46	0.96	1.00	5	-1.96	0	0
9	9.20	-1.30	0	0	-0.03	0.03	1
10	10.34	-0.16	0	0	-0.84	0	0
11	9.03	-1.47	0	0	0.47	0.47	1
12	11.47	0.97	0.97	1	-1.97	0	0
13	10.51	0.01	0.98	2	-1.01	0	0
14	9.40	-1.10	0	0	0.10	0.10	1
15	10.08	-0.42	0	0	-0.58	0	0
16	9.37	-1.13	0	0	0.13	0.13	1
17	10.62	0.12	0.12	1	-1.12	0	0
18	10.31	-0.19	0	0	-0.81	0	0
19	8.52	-1.98	0	0	0.98	0.98	1
20	10.84	0.34	0.34	1	-1.34	0	0
21	10.90	0.90	0.74	2	-1.40	0	0
22	9.33	-0.67	0	0	0.17	0.17	1
23	12.29	2.29	1.79	1	-2.79	0	0
24	11.50	1.50	2.79	2	-2.00	0	0
25	10.60	0.06	2.89	3	-1.10	0	0
26	11.08	1.08	3.47	4	-1.58	0	0
27	10.38	0.38	3.35	5	-0.88	0	0
28	11.62	1.62	4.47	6	-2.12	0	0
29	11.31	1.31	5.28	7	-1.81	0	0
30	10.52	0.52	5.30	8	-1.02	0	0

ตัวอย่างการคำนวณหาค่า C_i^+ [illegible] C_i^-

ข้อมูล[illegible] 1

$$C_i^+ = \max\left[0, x_i - 10.5 + C_0^+\right]$$

$$C_i^- = \max\left[0, 9.5 - x_i + C_0^-\right]$$

[illegible] K = 0.5 , μ_0 = 10 [illegible] X_1 = 9.45

[illegible]

$$C_1^+ = \max[0, 9.45 - 10.5 + 0] = 0$$

$$C_1^- = \max[0, 9.5 - 9.45 + 0] = 0.05$$

ข้อมูลตั[illegible] 2

$$C_2^+ = \max\left[0, x_i - 10.5 + C_1^+\right]$$

$$= \max[0, x_i - 10.5 + 0]$$

$$C_2^- = \max\left[0, 9.5 - x_i + C_1^-\right]$$

$$= \max[0, 9.5 - x_i + 0.05]$$

[illegible] X_2 = 7.99

[illegible] $C_2^+ = \max[0, 7.99 - 10.5 + 0] = 0$

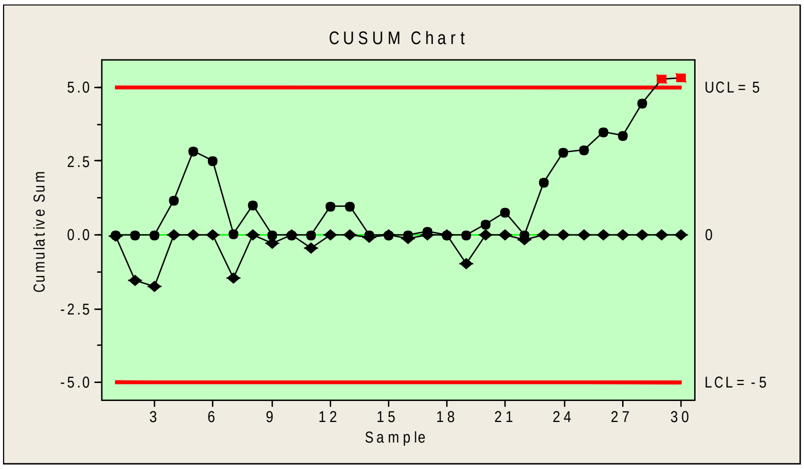
$$C_2^- = \max[0, 9.5 - 7.99 + 0.05] = 1.56$$

.

.

.

ข้อมูลตัวอื่นๆก็คำนวณเช่นกัน



[illegible] 4.10 แผนภูมิแสดงขอบเขตการควบคุมบนและล่างของแผนภูมิผลรวมสะสม

จากตารางจะเห็นว่าจากตัวอย่างนี้ ค่า C_i^- ทุกๆค่าไม่เกินค่า H = 5 แต่ ค่า C_i^+ [illegible] 29 จะมีค่ามากกว่า H = 5 $\left(C_{29}^+ = 5.28\right)$ สามารถอธิบายได้ว่ากระบวนการผลิตตกนอกขอบเขตการควบคุมตั้งแต่ข้อมูลตัวที่ 29

ในกรณีที่ต้องการทราบว่าข้อมูลเริ่มมีการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยเมื่อใด จะหาได้[illegible] $i - N^+$ [illegible] $i - N^-$ [illegible] i คือลำดับของข้อมูลตัวที่ตกนอกขอบเขตการควบคุมตัวแรกของแผนภูมิ[illegible] CUSUM และค่า N^+ คือค่านับที่เริ่มนับตั้งแต่ค่า C_i^+ ไม่เป็นศูนย์ และ N^- คือค่านับที่เริ่มนับตั้งแต่ค่า C_i^- ไม่เป็นศูนย์ จากตัวอย่างที่ 4.5 [illegible] 4.12 จะพบว่าข้อมูลตัวที่ 29 [illegible] CUSUM จะได้ $29 - N_{29}^+ = 29 - 7 = 22$ แสดงว่าการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยเกิดขึ้นระหว่างข้อมูลตัวที่ 22 [illegible] 23 นอกจากจะทราบว่าข้อมูลเริ่มมีการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยเมื่อใดแล้วแผนภูมิควบคุม CUSUM ยังสามารถบอกได้ว่าค่าเฉลี่ยที่เปลี่ยนไปของกระบวนการผลิตเป็นเท่าได้อีกด้วย โดยอาศัยสูตรในสมการที่ 4.18

$$\hat{\mu} = \begin{cases} \mu_0 + K + \dfrac{C_i^+}{N^+} & \text{ถ้า } C_i^+ > H \\[2ex] \mu_0 - K - \dfrac{C_i^-}{N^-} & \text{ถ้า } C_i^- > H \end{cases} \qquad \text{..................(4.18)}$$

จากตัวอย่างที่ 4.5 คำนวณหาค่าเฉลี่ยที่เปลี่ยนไปของข้อมูลหลังเกิดการเปลี่ยนแปลง[illegible] 4.18 ได้ดังนี้

$$\hat{\mu} = \mu_0 + K + \frac{C_{29}^+}{N_{29}^+}$$

$$= 10.0 + 0.5 + \frac{5.28}{7} = 11.25$$

แสดงว่าข้อมูลหลังเกิดการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการผลิตมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 11.25 ดังนั้นถ้าต้องการปรับปรุงกระบวนการผลิตควรปรับค่าข้อมูลที่เพิ่มขึ้นเป็น 11.25 หน่วย ให้ลดลงเป็น 10 ซึ่งเป็นค่าเฉลี่ยเป้าหมาย [illegible]

จากตัวอย่างข้างต้นจะเห็นว่าแผนภูมิควบคุมผลรวมสะสมด้านเดียว จะอยู่ภายใต้สมมติฐานที่ว่า การเปลี่ยนแปลงของกระบวนการผลิตจากค่าเป้าหมาย μ_0 อาจเกิดขึ้นทั้งในด้านบวกและด้านลบโดยอาศัย C_i^+ [illegible] C_i^- ค่าสองนี้จะไม่เป็นอิสระกัน เมื่อข้อมูลเกิดมีการรันจึงไม่ [illegible] (Average Run Length :ARL)ได้ เพื่อแก้ปัญหาดังกล่าวนักสถิติจึงได้พัฒนาวิธีการหาค่าจำนวนครั้งเฉลี่ยการเกิดการรันของข้อมูลและสร้างแผนภูมิควบคุ[illegible]ผลรวมสะสมสองด้านขึ้น

4.3.2 การวิเคราะห์จำนวนครั้งเฉลี่ยการเกิดการรัน

การวิเคราะห์[illegible] (Average Run Length :ARL) ถ้าค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตอยู่ที่ $\bar{X}$ และต่อมาการผลิตได้เปลี่ยนแปลงไปทำให้ค่าเฉลี่ยเปลี่ยนไปเป็นจำนวน δ และถ้าการเปลี่ยนแปลงนี้เกิดขึ้นอยู่เรื่อย ๆ จนกระทั่งการเปลี่ยนแปลงนั้นถูกพบ จำนวนตัวอย่างโดยเฉลี่ยที่จะต้องถูกพล๊อตก่อนที่แผนภูมิการควบคุมจะแสดงให้เห็นถึงการเปลี่ยนแปลง เรียกค่านี้ว่า ARL (average run length)

การหาเส้น ARL ของแผนการควบคุมผลรวมสะสม

ในการหาเส้น ARL สำหรับแผนการควบคุมผลรวมสะสมนั้นไม่ใช่เรื่องง่ายจะต้องอาศัยเครื่องคอมพิวเตอร์ แต่เราอาจหาค่าโดยประมาณได้โดยอาศัยโมโนกราฟ (Monograph) [illegible] Kennett .W [illegible] 4.11 เมื่อค่าผันแปรที่พล็[illegible]

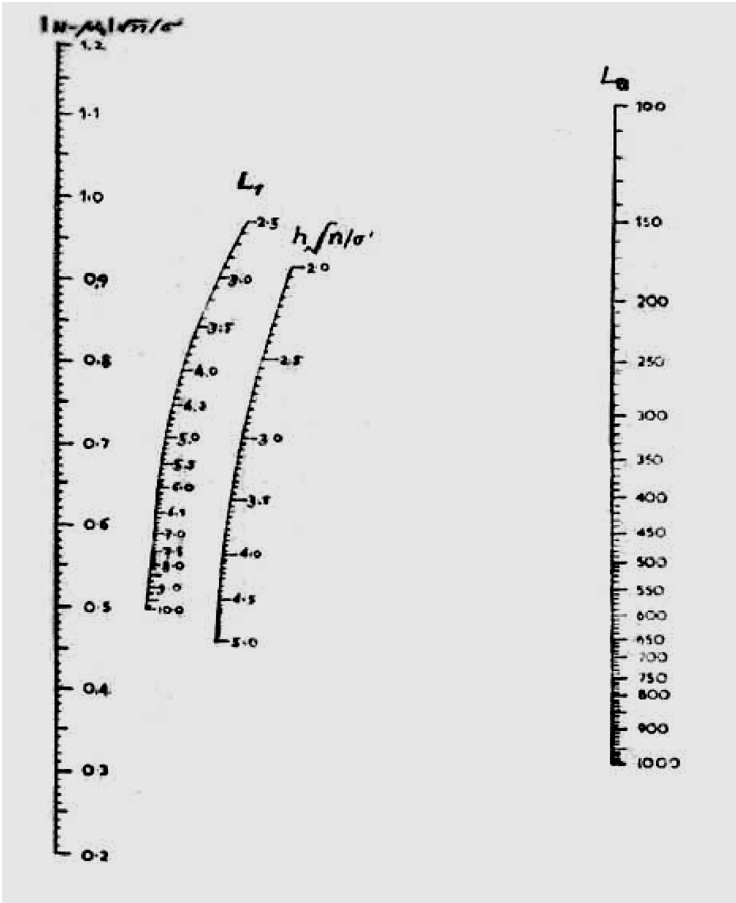
กำหนดให้ μ_0 เป็นระดับคุณภาพที่ยอมรับได้

μ_1 เป็นระดับคุณภาพที่ควรปฏิเสธ และ $\mu_1 > \mu_0$

w คือค่ากลางระหว่าง μ_0 [illegible] μ_1

[illegible] $w = (\mu_0 + \mu_1)/2$

h เป็นช่วงการตัดสินใจ หรือขอบเขตการควบคุมของกระบวนการ



□□□ 4.11 □□□□□□□(Monogram) □□□ ARL เมื่อค่าผันแปรที่พล็อตมีการกระจายแบบปกติ

เมื่อทราบค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน สำหรับวิธีการตัดสินใจชนิดด้านเดียวที่กำหนดค่าอ้างอิง w, ช่วงการตัดสินใจ h และขนาดตัวอย่าง n จะหาค่า ARL □□ μ_0 □□□ μ_1 ได้ □□□□

□□□□□□ 4.11 จุดหนึ่งบนเส้น $\frac{h\sqrt{n}}{\sigma}$ จะให้ค่า n □□□ h ค่าหนึ่งเรียกจุดนี้ว่า A □□ การหาค่า ARL □□ μ_0 จะต้องหาจุดบนเส้น $\frac{|w-\mu_0|\sqrt{n}}{\sigma}$ เรียกจุดนี้ว่า B เส้นที่ลากจากจุด A □□□ B จะตัดเส้น L_0 จุดที่ตัดนี้คือค่า ARL □□ μ_0

ในการหาค่า ARL □□ μ_1 ให้หาจุดบนเส้น $\frac{|w-\mu_0|\sqrt{n}}{\sigma}$ □□□□□□ B แล้วลากเส้นระหว่างจุด A □□□ B จะตัดเส้น L_1 จุดที่ตัดนี้คือค่า ARL □□ μ_1 □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ □□□□□□□ ใช้หาเส้น ARL ในด้านลบได้ เมื่อค่า $\mu_1 < \mu_0$ และเส้นการตัดสินใจจะเป็น -h

ตัวอย่างที่ 4.6 ให้หาเส้น ARL สำหรับแผนภูมิควบคุมผลรวมสะสมชนิดด้านเดียวเมื่อกำหนดให้

$\mu_0 = 100$, $\mu_1 = 110$ และ $\sigma = 10$ โดยสมมติว่าแผนการนี้มี $h = 13$ และ $n = 4$

เราจะได้ว่า $w = (\mu_0 + \mu_1) / 2 = (100 + 110) / 2 = 105$

$$A = \frac{h\sqrt{n}}{\sigma} = 13(2) / 10 = 2.6$$

$$B = \frac{|w - \mu_0|\sqrt{n}}{\sigma} = 5(2) / 10 = 1$$

A จะมีค่าคงที่เสมอ ส่วน B จะเปลี่ยนแปลงไปเรื่อย ๆ ขึ้นอยู่กับ μ_0 □□□□□□□ 3 ในการหาจุดพล๊อต เราจะลากเส้นระหว่างจุด A □□□□□ B ไปตัดที่เส้น L_0 จุดที่ตัดนี้คือค่า ARL □□ μ_0 และเมื่อลากเส้นระหว่างจุด A □□□□□ B ไปตัดที่เส้น L_1 จุดที่ตัดนี้คือค่า ARL □□ μ_1

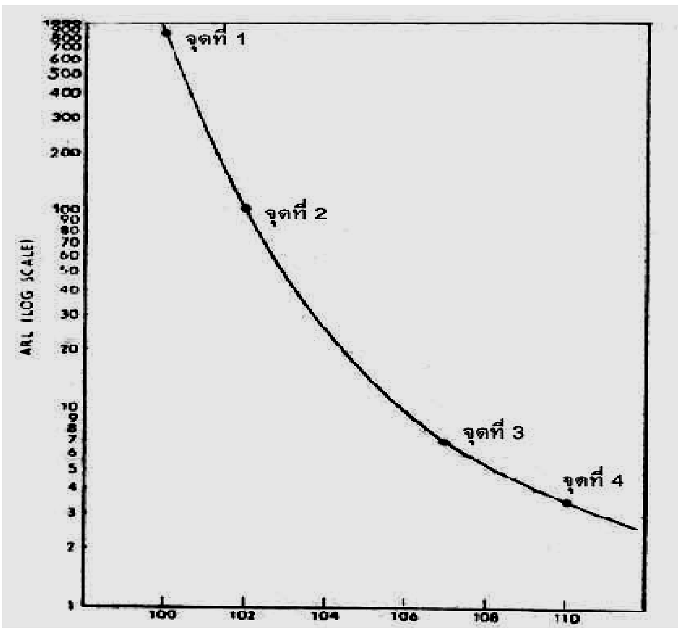
□□□□□□□□ 1 □□□ $\mu_0 = 100$ ได้ค่า A = 2.6 , B = 1 แล้วลากเส้นระหว่างจุด A □□□ B ไปตัดที่เส้น L_0 จุดที่ตัดนี้คือค่า ARL □□ μ_0 ได้ ARL = 850

□□□□ 2 □□□ $\mu_0 = 102$ ได้ค่า A = 2.6 , B = 0.6 แล้วลากเส้นระหว่างจุด A □□□ B ไปตัดที่เส้น L_0 จุดที่ตัดนี้คือค่า ARL □□ μ_0 ได้ ARL = 104

□□□□ 3 □□□ $\mu_1 = 107$ ได้ค่า A = 2.6 , B = 0.4 แล้วลากเส้นระหว่างจุด A □□□ B ไปตัดที่เส้น L_1 จุดที่ตัดนี้คือค่า ARL □□ μ_1 ได้ ARL = 7

□□□□ 4 □□□ $\mu_1 = 110$ ได้ค่า A = 2.6 , B = 1 แล้วลากเส้นระหว่างจุด A □□□ B ไปตัดที่เส้น L_1 จุดที่ตัดนี้คือค่า ARL □□ μ_1 ได้ ARL = 3.5

จากผลทั้งหมดที่ได้จะได้เส้น ARL □□□□□ 4.12



□□□□ 4.12 □ส้น ARL ของแผนการควบคุมผลรวมสะสมด้านเดียว

การหาค่า h โดยการวิเคราะห์จำนวนครั้งเฉลี่ย

ถ้ากำหนดว่าระดับคุณภาพที่ยอมรับได้เป็น μ_0 และระดับคุณภาพที่ควรปฏิเสธเป็น μ_1 □□□ $\mu_1 > \mu_0$ ค่า w □□ค่ากลางระหว่าง μ_0 □□□ μ_1 □□□□ $w = (\mu_0 + \mu_1) / 2$ ถ้าค่า S_m □□ ค่ามากกว่าค่า h ใด ๆ ก็จะถือว่ากระบวนการผลิตได้เปลี่ยนแปลงไปจนทำให้ค่าเฉลี่ยกระบวนการมากกว่า w □□□□□□สำคัญก็คือ จะรู้ค่า h ได้อย่างไร วิธีการหาค่า h วิธีหนึ่งคือ การวิเคราะห์□□□□□□□□□□□□□□□ARL (average run length)

กำหนดให้ ARL □□μ_0 เป็น L_0 □□□ ARL □□μ_1 เป็น L_1 ค่า ARL นี้ เป็นฟังก์ชัน□□□ h , $|w-\mu_0| = |w-\mu_1|$ □□□ $\sigma/\sqrt{n}$ □□□□□□□□□□n = 1 ค่าของ ARL จะเป็นฟังก์ชันของ σ เท่านั้น ตารางที่ 4.13 แสดงค่า ARL บางค่า เพื่อใช้ในการคำนวณค่า h

□□□□□□4.13 ค่า ARL □□□□□□□□□□□CUSUM

L_0	L_1	$A = \frac{h\sqrt{n}}{\sigma}$	$B = \frac{\lvert w-\mu_0\rvert\sqrt{n}}{\sigma}$
1000	3	2.40	1.12
1000	7	4.06	0.65
500	3	2.26	1.04
500	7	3.80	0.60
250	3	2.11	0.94
250	7	3.51	0.54

ตัวอย่างที่ 4.7 พิจารณาตัวอย่างการสร้างแผนภูมิควบคุมผลรวมสะสมดังต่อไปนี้ สมมติว่า□□□□□□□□□□□□□ต้องการหาค่าเฉลี่ยเป้าหมาย $\mu_0 = 10$ และค่าเฉลี่ยของกระบวนการที่ไม่ต้องการ□□□□□□□□□□□□□ □□□$\mu_1 = 10.4$ หรือมากกว่า กำหนดว่าทราบค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของ□□□□□□□□□□□□□□$\sigma = 0.6$ ผู้ควบคุมกระบวนการผลิตเลือกที่จะใช้ค่า $L_0 = 500$ □□□ $L_1 = 3$

□□□□□□□□4.13 จะได้ว่า $B = \frac{|w-\mu_0|\sqrt{n}}{\sigma} = 1.04$ □□□ $A = \frac{h\sqrt{n}}{\sigma} = 2.26$

□□□□□□ $$w = \frac{(\mu_0+\mu_1)}{2} = \frac{(10+10.4)}{2} = 10.2 \text{ □□□ } \sigma = 0.6$$

□□□□ $$B = \frac{|10.2-10|\sqrt{n}}{0.6} = 1.04$$

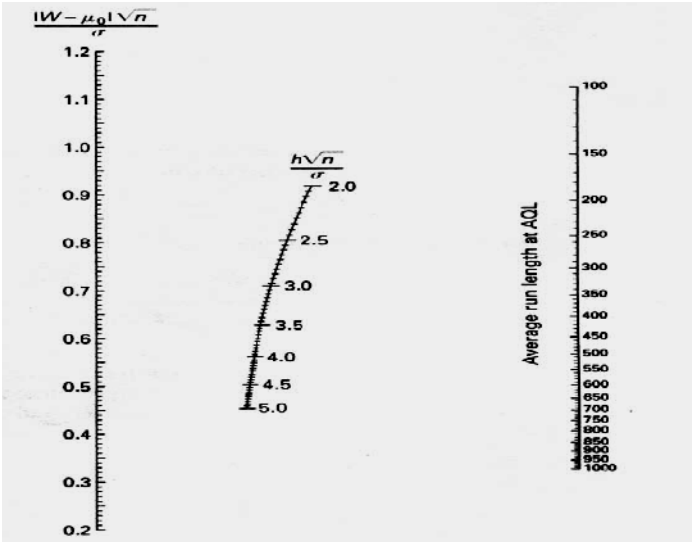
แก้สมการหาค่าของ n จะได้ $n = 9.7 \approx 10$ แทนค่า n □□□□□□□□□□□□□ A จะได้

$$A = \frac{h\sqrt{10}}{0.6} = 2.26$$ แก้สมการเพื่อหาค่าของ h จะได้ $h = 0.43$

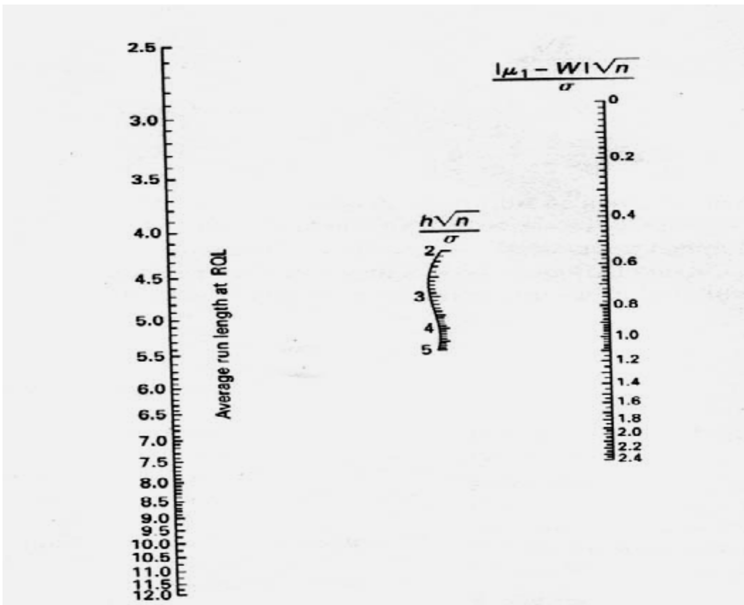
ดังนั้นแผนภูมิควบคุมผลรวมสะสมคือ สุ่มตัวอย่างครั้ง□□ 10 ตัวอย่าง คำนวณค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง แล้วคำนวณค่าความคลาดเคลื่อนสะสม S_m □□□□□□□□□4.12 เมื่อใดที่ค่า S_m มีค่ามากกว่า h □□0.43 ก็ต้องทำการตรวจสอบกระบวนการผลิต เพราะกระบวนการผลิตได้เปลี่ยนไปจากค่าเป้าหมายที่ต้องการแล้ว

การหาค่า h โดยใช้โมโนแกรม

ในการคำนวณค่า h นอกจากวิธีการข้างต้นแล้ว Ewan and Kemp ได้เสนอแผนภูมิที่เรียกว่า [illegible] (Monogram) [illegible] 4.13 [illegible] 4.14 [illegible]



[illegible] 4.13 [illegible] ARL [illegible] ยอมรับได้



[illegible] 4.14 [illegible] ARL [illegible]

ตัวอย่างที่ 4.8 การใช้ [illegible] ในการสร้างแผนภูมิควบคุมผลรวมสะสม ซึ่งมีค่า ARL [illegible] คุณภาพที่ยอมรับได้เป็น 500 กำหนดให้ n = 4 [illegible] $\frac{|w-\mu_0|\sqrt{n}}{\sigma} = 1.0$ ให้หาค่า h ว่าควรเป็นเท่าไร

□□□□□□□4.13 ดูแกนตั้งที่อยู่ทางซ้ายมือที่ค่า 1.0 และ ทางขวามือที่ค่า 500 จะได้ว่า $\frac{h\sqrt{n}}{\sigma} = 2.35$ ดังนั้นเราจะได้ $h = \frac{2.35\sigma}{2} = 1.175\sigma$ ค่า σ ก็จะถูกกำหนดขึ้นเช่นกัน

ส่วนค่า ARL ณ ระดับคุณภาพที่ควรปฏิเสธเป็น 3.2 วิธีการคิดก็เช่นเดียวกันโดยดู □□□□□□□4.14

การหาค่า ARL ที่ดีที่สุดเมื่อกระบวนการผลิตมีการเปลี่ยนแปลง

□□□□□□□□□□□□□□□□□CUSUM จะต้องเลือกค่าอ้างอิง K และช่วงการตัดสินใจ H เพื่อให้ได้ค่า ARL ที่ดีที่สุด จึงมีการศึกษาวิเคราะห์หลายวิธี และในการศึกษานี้เป็นการให้ข้อเสนอแนะในการเลือกค่า K □□□ H

□□□□□ $H = h\sigma$ □□□ $K = k\sigma$ □□σ คือ ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง จากการศึกษาพบว่าถ้าใช้ $h = 4$ □□□$h = 5$ □□□ $k = 1/2$ จะทำให้ได้ค่า ARL □□□□□□□□□□ กระบวนการผลิตได้มีการเปลี่ยนแปลงไป 1σ ซึ่งค่า ARL □□□□□□□□□□□□□□4.13

□□□□□□□4.14 แสดงค่า ARL □□□$k = 1/2$ □□□ $h = 4$ or $h = 5$

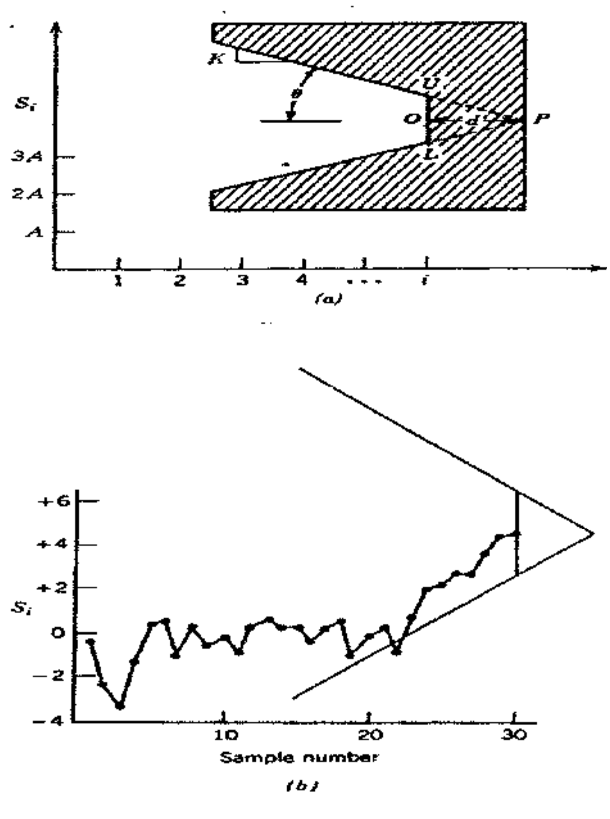
Shift in Mean (Multiple of σ)	h = 4	h = 5
0	168	465
0.25	74.2	139
0.50	26.6	38.0
0.75	13.3	17.0
1.00	8.38	10.4
1.50	4.75	5.75
2.00	3.34	4.01
2.50	2.62	3.11
3.00	2.19	2.57
4.00	1.71	2.01

□□□□□□□□□□4.14 เมื่อกระบวนการผลิตได้เปลี่ยนแปลงไป 1σ □□□ด้ ARL = 8.38 ตัวอย่างเมื่อค่า h = 4 และเมื่อค่า h = 5 จะได้ ARL = 10.4 ตัวอย่าง เมื่อนำไปเปรียบเทียบกับแผนภูมิควบคุมของชิวฮาร์ท โดยเฉลี่ยจะใช้ 43.96 ตัวอย่าง พิจารณาเมื่อ $\sigma = 0$, h = 4 ได้ ARL = 168 ตัวอย่าง h = 5 ได้ ARL = 465 ตัวอย่าง แต่ถ้าเราเลือก h = 4.77 จะได้ ARL = 370 ตัวอย่าง ซึ่งตรงกับแผนภูมิควบคุมของชิวฮาร์ททที่ใช้ขอบเขต 3σ

4.3.3. แผนภูมิควบคุมผลรวมสะสมสองด้าน

การออกแบบแผนภูมิควบคุมผลรวมสะสมสองด้าน วิธีที่นิยมใช้□□□□□□□□□□□□□□□□ การใช้หน้ากากตัววี (The V - Mask Procedure or V- mask) รูปแบบทั่วไปของหน้ากากตัววีแสดงใน

□□□ 4.15 ขั้นตอนการตัดสินใจประกอบด้วยการเขียนหน้ากากตัววีลงบนแผนภูมิควบคุมสะสม โดยให้จุดสุดท้ายของ S_m อยู่ในตำแหน่งอักษร O แล้วเขียนเส้น OP ขนานกับแกนระนาบให้มีความยาวเท่ากับ d จากนั้นลากเส้นทำมุมกาง θ องศา กับเส้น OP ทั้งบนและล่างของเส้น OP □□ ได้รูปตัววีตามต้องการ ถ้าค่าของ $S_1, S_2, \ldots, S_m$ ทุกค่าอยู่ในกรอบของตัววีนี้ทั้งหมดก็แสดงว่ากระบวนการผลิตที่ผ่านมาอยู่ภายใต้การควบคุม แต่ถ้ามีจุดของ S_1 □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ แสดงว่ากระบวนการผลิตได้อยู่นอกเหนือการควบคุม



□□□ 4.15 แสดงแผนภูมิควบคุมผลรวมสะสมแบบหน้ากากรูปตัววี (V-mask)

□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ 4.15 (b) จากจำนวนข้อมูล 30 ตัว พบว่าค่าของ S_m มีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากค่า S_{22} □□□□□ 22 □□□□□□□□□□□□□□□□□□ ด้านล่าง แสดงว่ากระบวนการผลิตได้เปลี่ยนไปจากค่าเป้าหมายโดยเปลี่ยนไปในทางเพิ่มมากขึ้น ถ้า □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□งด้านบน แสดงว่ากระบวนการผลิตได้เปลี่ยนไปในทางลดลงจากค่าเฉลี่ยเป้าหมาย ดังนั้นกรอบตัววีจึงมีลักษณะคล้ายคลึงกับขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม □□□□□□

เมื่อพบจุดที่ตกนอกกรอบตัววีแล้ว สามารถประมาณค่าเฉลี่ยใหม่ของกระบวนการ [illegible] จะถูกกำหนดโดยความชันของจุดที่พล็อตนั้น ถ้ากระบวนการผลิตมีค่าเฉลี่ยเท่ากับค่าเฉลี่ยเป้าหมายแล้วความชันจะเป็นศูนย์ สำหรับการประมาณค่าเฉลี่ยของส่วนนี้ (จากกลุ่มตัวอย่างที่ j ถึง กลุ่มตัวอย่างที่ i) [illegible]

$$\hat{\mu} = \mu_0 + \frac{s_i - s_j}{i - j} \qquad \text{.............................(4.19)}$$

การกำหนดค่าต่าง ๆ ที่จะนำไปสร้างหน้ากากรูปตัววี

การสร้าง หน้ากากตัววีนั้น จะต้องคำนวณหาค่า ค่ามุม θ [illegible] d [illegible] 4.18 [illegible] 4.19 [illegible]

ค่าความผิดพลาดแบบที่ 1 (α) หรือค่าความน่าจะเป็นที่แผนภูมิบอกว่ากระบวนการ [illegible]เปลี่ยนแปลงไปทั้ง ๆ ที่กระบวนการผลิตจริงไม่เปลี่ยนแปลง

ค่าความคลาดเคลื่อนแบบที่ 2 (β) หรือค่าความน่าจะเป็นที่แผนภูมิบอกว่ากระบวนการผลิตไม่เปลี่ยนแปลง ทั้งที่กระบวนการผลิตจริงเปลี่ยนแปลงไปแล้ว

ให้ Δ [illegible]ของกระบวนการผลิตไปจากเป้าหมายที่กำหนดที่ต้องการให้ตรวจจับได้

[illegible] δ แทนค่าเบี่ยงเบนของกระบวนการผลิตไปจากเป้าหมายที่กำหนด จากข้อกำหนดข้างต้นของ θ [illegible] d คำนวณได้จากสมการคือ

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\Delta}{2A}\right) \qquad \text{.........................(4.20)}$$

[illegible]

$$d = \left(\frac{2}{\delta^2}\right)\ln\left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right) \qquad \text{.........................(4.21)}$$

[illegible]

$$\delta = \left(\frac{\Delta}{\sigma_{\bar{x}}}\right) \qquad \text{.........................(4.22)}$$

[illegible] A เป็นค่าอัตราส่วนระหว่างแกนตั้งและแกนนอน([illegible]) โดยทั่วไปค่า A ควรมีค่าระหว่าง $\sigma_{\bar{x}}$ [illegible] $2\sigma_{\bar{x}}$ และค่าที่นิยมทั่วไปคือ $A = 2\sigma_{\bar{x}}$ [illegible] $\sigma_{\bar{x}}$ คือค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่าเฉลี่ย

ถ้า β มีค่าน้อยหรือเข้าใกล้ศูนย์ สมการที่ 4.19 สามารถเขียนได้เป็น

$$d = -2\frac{\ln\alpha}{\delta^2} \qquad \text{...................(4.23)}$$

ค่า $\sigma_{\bar{x}}$ วิเคราะห์ได้จากกลุ่มตัวอย่างข้อมูล หรือจากกระบวนการผลิตที่รู้ค่า σ ส่วนค่า α, β □□□ Δ จะต้องกำหนดโดยผู้ควบคุมกระบวนการผลิต

การสร้างหน้ากากตัววี

ให้ H แทน ช่วงการตัดสินใจของกระบวนการ หรือ ครึ่งความสูงของหน้ากาก □□□□□□□O □□□□□□□□ OU □□□□OL □□□□□□□ 4.15 (a)

h แทน ช่วงการตัดสินใจของกลุ่มตัวอย่างต่าง ๆ หรือ $H = h\sigma_{\bar{x}}$

K แทน ความชันของกรอบหน้ากากตัววี ตามรูปที่ 4.15 (a)

k □□□ ความชันของจุดพล็อตของข้อมูลต่างๆ ในกรอบหน้ากากตัววีหรือ $K = k\sigma_{\bar{x}}$ สามารถแสดงสมการได้คือ

$$\tan(\theta a = \frac{\Delta}{2A} = \frac{\delta\sigma_{\bar{x}}}{2(2\sigma_{\bar{x}})} = \frac{\delta}{2(2)} \qquad \text{. ....(4.24)}$$

□□□□□□□ $K = k\sigma_{\bar{x}}$ □□□ $A = 2\sigma_{\bar{x}}$ จะได้

$$\tan(\theta) = \frac{K}{A} = \frac{k\sigma_{\bar{x}}}{2\sigma_{\bar{x}}} = \frac{k}{2} \qquad \text{....................(4.25)}$$

□□□□□□□□□(4.22) □□□ (4.23) จะได้

$$k = \frac{\delta}{2} \qquad \text{....................(4.26)}$$

□□□

$$k = \frac{\Delta}{2} = \frac{\delta\sigma_{\bar{x}}}{2} \qquad \text{....................(4.27)}$$

□□□□

$$\tan(\theta) = \frac{H}{Ad} = \frac{h\sigma_{\bar{x}}}{(2\sigma_{\bar{x}})d} = \frac{h}{2d} \qquad \text{....................(4.28)}$$

□□□

$$h = 2d\tan(\theta) \qquad \text{....................(4.29)}$$

$$H = 2d\sigma_{\bar{x}}\tan(\theta) \qquad \text{....................(4.30)}$$

ตัวอย่างที่ 4.7 การสร้างหน้ากากตัววี พิจารณาข้อมูลในตารางที่ 4.11 เราทราบว่า $\sigma = 1$, $n = 1$ ต้องการสร้างหน้ากากตัววีที่ทำให้จำนวนการเปลี่ยนแปลงไปของกระบวนการผลิตจากเป้าหมายที่กำหนดเป็น 1.5σ จึงเลือกใช้ $\alpha = 0.005$ □□□ □□□□□□□□□□(4.22) จะได้

$$\delta = \frac{\Delta}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\Delta}{\sigma} = \frac{1.5\sigma}{\sigma} = 1.5$$

หาค่า d □□□□□□□□□□(4.23) ได้

$$d = -2\frac{\ln\alpha}{\delta^2} = -2\frac{\ln(0.005)}{(1.5)^2} = 4.71$$

หาค่ามุม θ □□□□□□□□□□(4.24) โดยใช้ $A = 2\sigma_{\bar{x}} = 2\sigma = 2(1) = 2$

และให้ $\Delta = 1.5\sigma = 1.5(1) = 1.5$ □ะได้

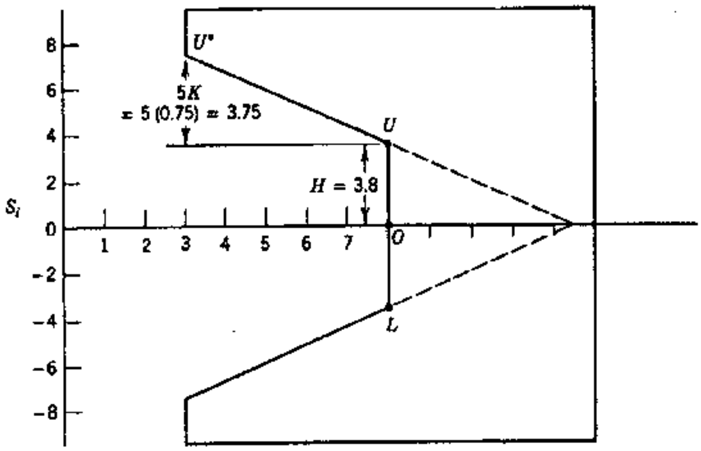
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\Delta}{2A}\right) = \tan^{-1}\left[\frac{1.5}{2(2)}\right] = 20.55^{\circ}$$

ดังนั้นจะได้ค่าโดยประมาณของ $d = 5$ □□□ $\theta = 21^{\circ}$ ขั้นตอนต่อไปในการสร้างหน้ากากตัววีคือหาค่า K □□□ H □□□□□□□□□4.27 □□□ □□□□□□□4.30 □□□

$$H = 2d\sigma_{\bar{x}}\tan(\theta)$$
$$= 2(5)(1)\tan(21^{\circ})$$
$$= 3.8$$

□□□
$$k = \frac{\Delta}{2} = \frac{1.5}{2} = 0.75$$

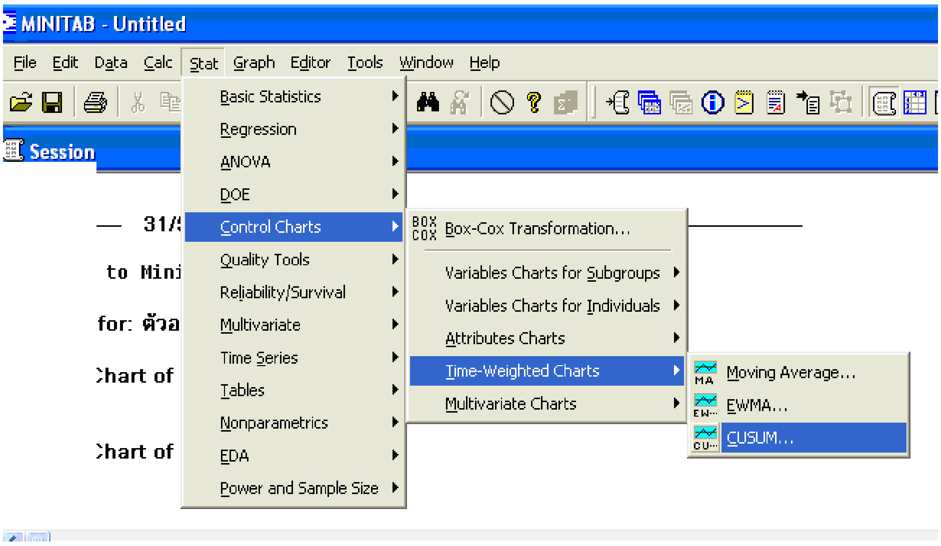
เมื่อหาค่าต่าง ๆ ได้ครบทุกค่าแล้ว ก็สามารถสร้างหน้ากากตัววีได้ จะเห็นว่าค่าอัตราส่วนของแนวแกนตั้ง คือ A = 2 หน่วย และค่าอัตราส่วนของกลุ่มตัวอย่างในแนวแกนนอนคือ 1 หน่วย ลากเส้น OU □□□□□□□□□□□□□□□□□ H = 3.8 □□□□□ □□ U* □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□5 หน่วย และในแนวแกนตั้งจะมีระยะ H + 5K แล้วลากเส้นตรงระหว่าง U □□□ U* จะได้กรอบด้านบนของหน้ากากตัววี ส่วนกรอบทางด้านล่างก็ทำเช่นเดียวกัน จะได้หน้ากากตัววีดังรูปที่ 4.16



□□□ 4.16 แสดงหน้ากากตัววี โดยใช้ข้อมูลจากตารางที่ 4.10

จะเห็นว่าการสร้างแผนภูมิควบคุมผลรวมสะสมรูปตัววี เป็นวิธีการที่ค่อนข้างยุ่งยากมากโดยเฉพาะการคำนวณด้วยมือ ในทางปฏิบัติจึงต้องอาศัยโปรแกรมสำเร็จรูป เช่น MINITAB เข้□

มาช่วยในการสร้างแผนภูมิ นี้ โดยใช้คำสั่ง Stat < Control Charts < Time-Weighted Charts < CUSUM □□□□□4.17



□□□□4.17 แสดงหน้าต่างคำสั่ง CUSUM □□□□□□□□□ MINITAB

จะเห็นว่า แผนภูมิควบคุมคุณภาพที่กล่าวไว้ในบทนี้ เป็นเพี□□ บางส่วนของแผนภูมิที่ใช้ในกรณีที่ข้อมูลมีการแจกแจงแบบไม่เป็นแบบปกติ เท่านั้น ซึ่งผู้ที่สนใจ□□□□□□□□□□□□□□□□□□□เพิ่มเติมได้และอีกประการหนึ่งการคำนวณค่าต่างๆของแผนการควบคุมค่อนข้างยุ่งยาก ในทางปฏิบัติจะต้องอาศัยโปรแกรมสำเร็จรูปหรือเขียนโปรแกรม□□□□□ขึ้นอยู่กับความสามารถของผู้ปฏิบัติก็จะทำให้สามารถนำแผนภูมิดังกล่าวไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

แบบฝึกหัดบทที่ 4

1) ตารางต่อไปนี้เป็นข้อมูลเกี่ยวกับความหนืดของสารโพลิเมอร์ชนิดหนึ่ง ที่วัดจากทุกๆ 10 □□□□ ค่าเฉลี่ยของความหนืดของสารโพลิเมอร์ชนิดนี้ที่เป็นเป้าหมายมีค่าเป็น 3200

NO.	□□□□□□□	NO.	□□□□□□□	NO.	□□□□□□□
1	3169	13	3154	25	3160
2	3205	14	3208	26	3215
3	3185	15	3199	27	3190
4	3188	16	3174	28	3179
5	3173	17	3139	29	3172
6	3203	18	3211	30	3209
7	3187	19	3197	31	3183
8	3183	20	3171	32	3175
9	3162	21	3145	33	3175
10	3209	22	3214	34	3203
11	3192	23	3193	35	3197
12	3175	24	3180	36	3174

ข้อมูลจากตาราง

1.1) จงประมาณค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกระบวนการผลิต

1.2) จงสร้างแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำ[illegible]

1.3) จงสร้างแผนภูมิควบคุมเคลื่อนที่เฉลี่ยและพิสัยเฉลี่ย

2) [illegible] มีเป้าหมายของค่าเฉลี่ยของจำนวนโมเลกุลที่แตกตัวของสารประกอบนี้ในทุกๆชั่วโมงเป็[illegible] 1050 และ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็น 25 [illegible] 20 ชั่วโมง ได้ผลดังตาราง

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
1	1045	8	1087	15	1238
2	1055	9	1125	16	1125
3	1037	10	1146	17	1163
4	1064	11	1139	18	1188
5	1095	12	1169	19	1146
6	1008	13	1151	20	1167
7	1050	14	1128		

จงสร้าง

2.1) [illegible]

2.2) แผนภูมิควบคุมผลรวมสะสมด้านเดียว พร้อม[illegible] ควบคุมคุณภาพที่ได้ในข้อ 2.1)และข้อ 2.2)

2.3) แผนภูมิควบคุมผลรวมสะสมด้านเดียว โดยประมาณส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่เหมาะสมกับข้อมูล

3) ในการทดสอบประสิทธิภาพของเครื่องจักรหนึ่งที่บรรจุน้ำมันใส่กระป๋องอัตโนมัติ ซึ่งประสิทธิภาพของเครื่องจักรจะดีหรือไม่นั้น ปัจจัยหนึ่งที่ใช้วัดคือน้ำหนักของน้ำมันในแต่ล[illegible] กระป๋องที่บรรจุ โดยปกติเครื่องจักรที่ผ่านการสอบเทียบหรือมีประสิทธิภาพจะมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของน้ำหนักเป็น 0.05 ออนซ์ ฝ่ายตรวจสอบจึงสุ่มกระป๋องน้ำมันที่บรรจุโดย[illegible] 24 กระป๋องที่ผลิตติดต่อกัน ได้ผลดังตาราง

กระป๋องที่	□□□□□ (ออนซ์)	กระป๋องที่	□□□□□ (ออนซ์)	กระป๋องที่	□□□□□ (ออนซ์)
1	8.00	9	8.01	17	8.06
2	8.01	10	8.04	18	8.04
3	8.02	11	8.02	19	8.05
4	8.01	12	8.01	20	8.06
5	8.00	13	8.05	21	8.04
6	8.01	14	8.04	22	8.02
7	8.06	15	8.03	23	8.03
8	8.07	16	8.05	24	8.05

3.1) ถ้าเป้าหมายของน้ำหนักแต่ละกระป๋องเฉลี่ยเป็น 8.02 ออนซ์ จงสร้างแผนภูมิควบคุมผลรวมสะสมแบบหน้ากากตัววี เมื่อกำหนด h = 4.77 □□□ k = 0.5

3.2) ถ้าอาศัยข้อมูลในตารางเครื่องจักรนี้มีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเทียบเท่าเครื่องจักรที่ผ่านการสอบเทียบหรือมีประสิทธิภาพ หรือไม่

4) จากข้อมูลในข้อ 3) ถ้ากำหนด h = 8.01 □□□ k = 0.25 จงสร้างแผนภูมิควบคุมผลรวมสะสมแบบหน้ากากตัววี และเปรียบเทียบกับแผนภูมิควบคุมผลรวมสะสมแบบหน้ากากตัววีในข้อ2.1)

5) ข้อมูลต่อไปนี้เป็นข้อมูลเกี่ยวกับอุณหภูมิของปฏิกริยาเคมี โดยวัดทุก 2 นาที หน่วยเป็นองศา (อ่านจากซ้ายไปขวา)

953 985 949 937 959 948 958 952 945 973 941 946 939 937 955 931
972 955 966 954 948 955 947 928 945 950 966 935 958 927 941 937
975 948 934 941 963 940 938 950 970 957 937 933 973 962 945 970
959 940 946 960 949 963 963 933 973 933 952 968 942 943 967 960
940 965 935 959 965 950 969 934 936 973 941 956 962 938 981 927

จงสร้าง

5.1) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเอกซโปเนนเชียล

□□□□□□□ $\lambda = 0.1$ □□□ L= 2.7 □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□

5.2) แผนภูมิควบคุมผลรวมสะสมด้านเดียว □□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□□ หน้ากากตัววี เมื่อกำหนด h = 4 □□□ k = 0.5

6) ถ้ากระบวนการผลิตหนึ่งมีค่าเฉลี่ยมาตรฐานเท่ากับ 10 จงสร้างแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเอกซโปเนนเชียล □□□□□□

6.1) $\lambda = 0.1$ □□□ L = 3 6.2) $\lambda = 0.2$ □□□ L = 3 6.3) $\lambda = 0.4$ □□□ L = 3

6.4) ให้เปรียบเทียบแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเอกซโปเนนเชียล □□ คำนวณได้ในข้อ6.1) ถึง ข้อ 6.3)